

Aufgabe¹

Eine Münze wird dreimal geworfen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

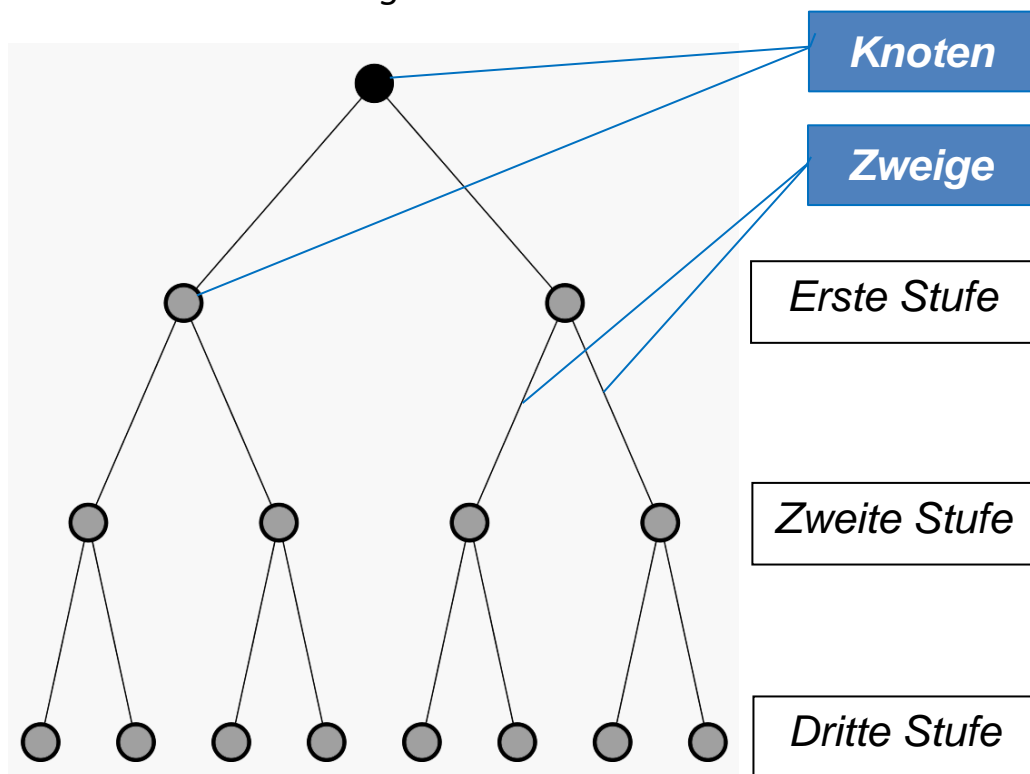
- a) dreimal „Zahl“ fällt?
- b) einmal „Zahl“ und zweimal „Wappen“ fällt?
- c) höchstens einmal „Zahl“ fällt?

¹ Quelle: Brandt, D. et al. (2005). Lambacher Schweizer, Band 3, S. 47, Aufgabe 3. Deutschland: Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart.

Lösung in drei Schritten

Schritt 1 - Vorüberlegungen:

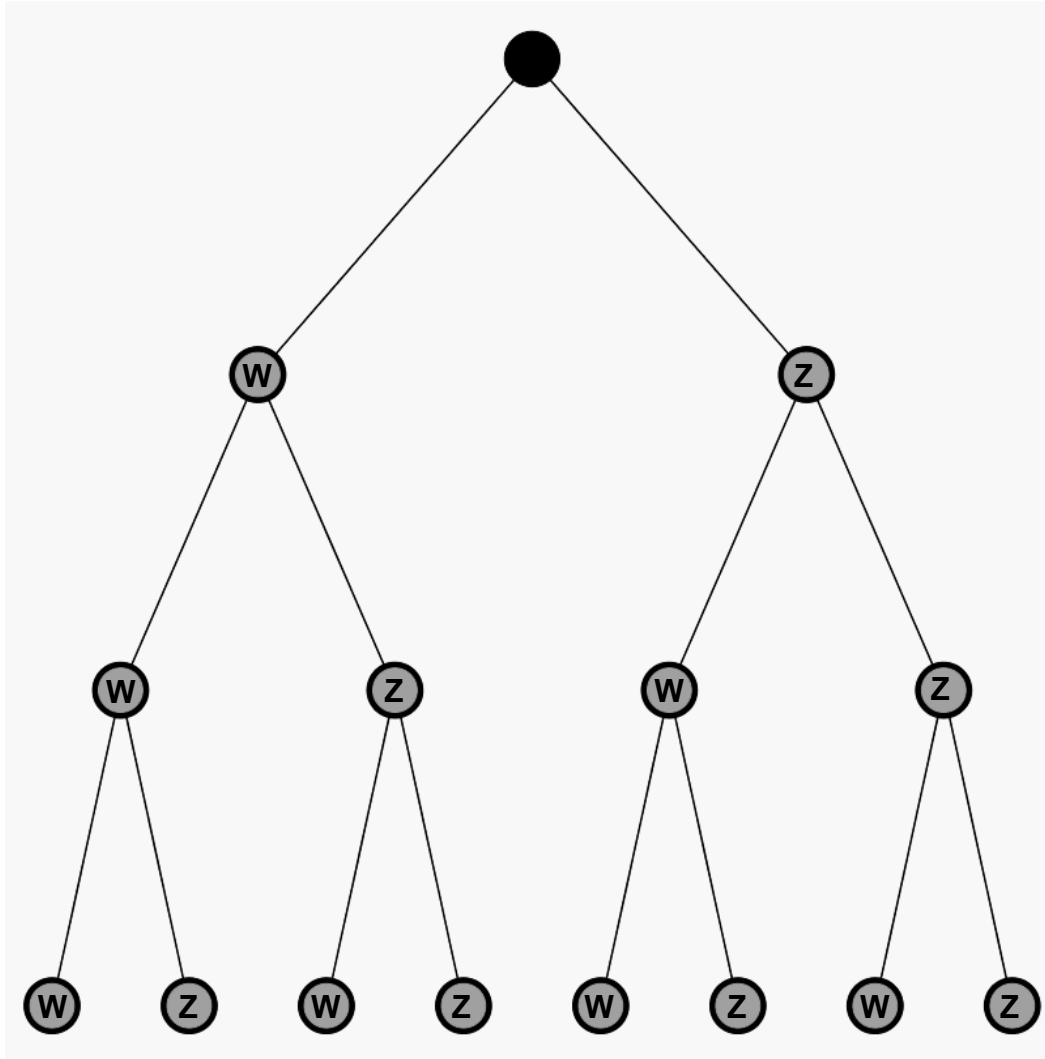
- (1) Eine Münze wird **dreimal** geworfen. Also ist das Zufallsexperiment **dreistufig**.
- (2) In jeder Stufe gibt es **zwei** Ergebnisse: „Zahl“ oder „Wappen“. Also gibt es in jeder Stufe **zwei Verzweigungen**.
- (3) Für das *Zufallsexperiment* gibt es insgesamt:
 $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$ Ergebnisse (elementare Ereignisse).
- (4) Skizze für ein *Baumdiagramm*:



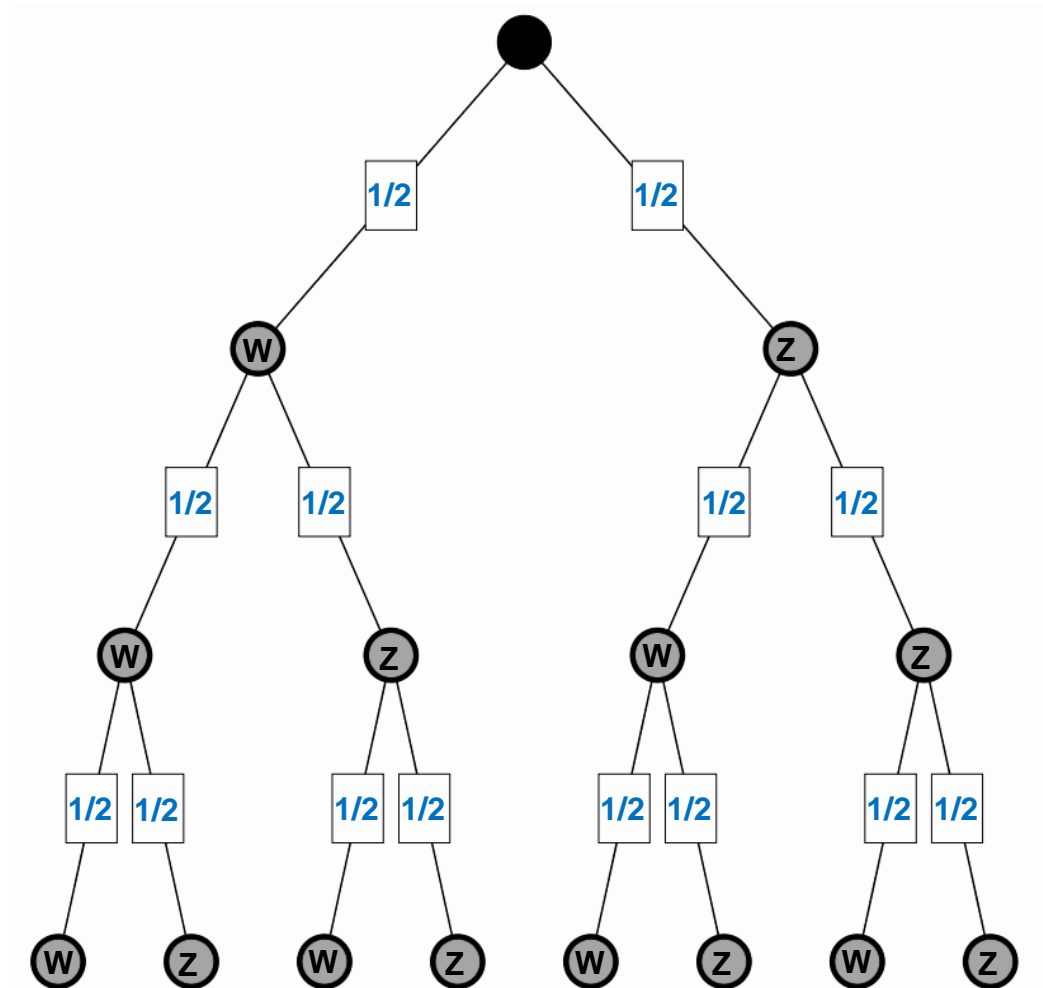
Schritt 2 – Beschriftung in zwei Etappen:

Setze in die *Knoten* geeignete Symbole ein.

„Wappen“: **W** „Zahl“: **Z**



Setze in die Kästchen der zugehörigen *Verzweigungen* die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten ein.



fertiges Baumdiagramm

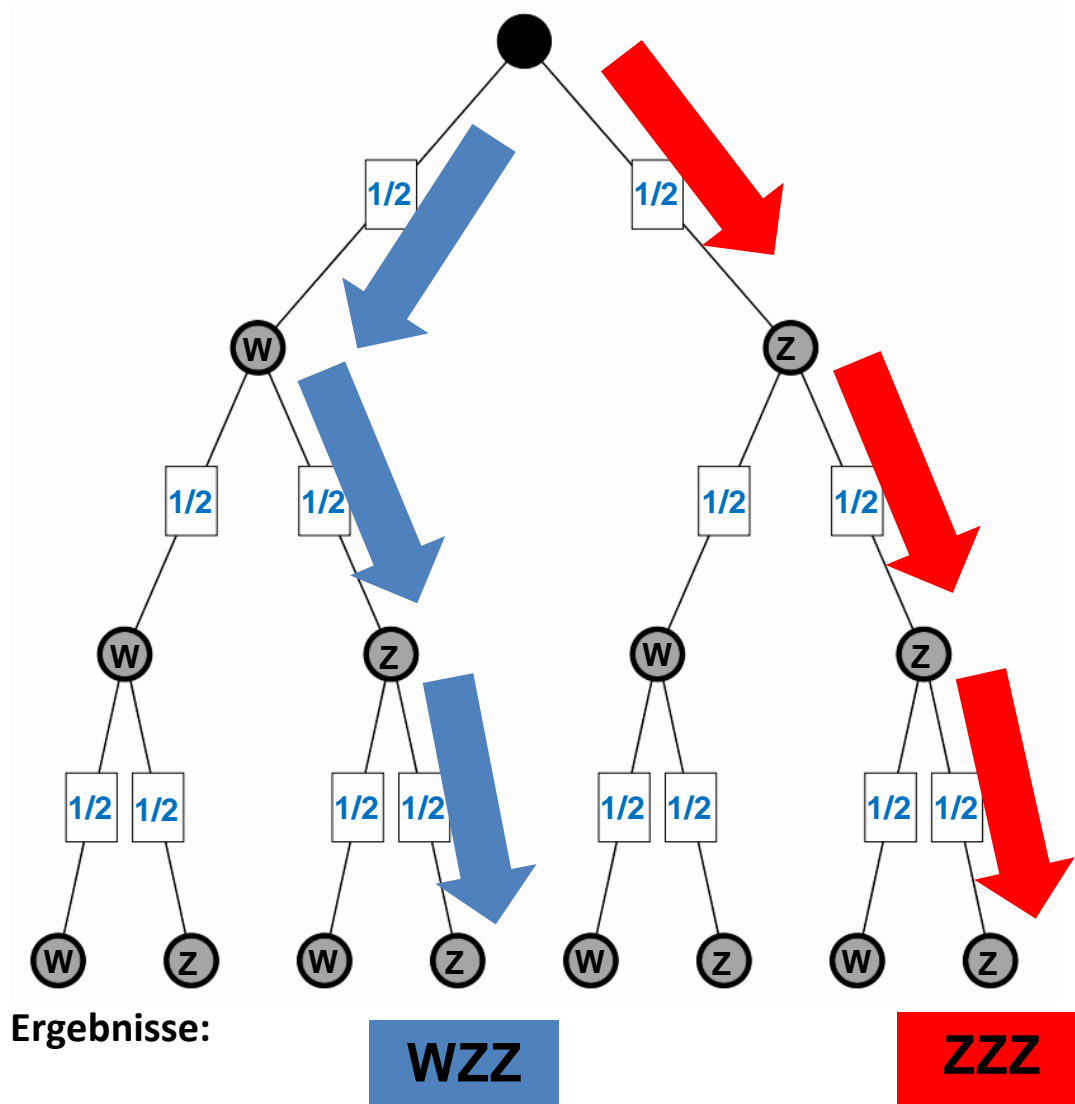
Merke

- (1) Zu *jedem* Ergebnis führt *genau ein* Pfad.
- (2) Am Ende eines *jeden* Pfades wird *genau ein* Ergebnis beschrieben.

Teilauftrag: Markiere mit zwei Farben die *Pfade* für die *Ergebnisse*: „wzz“ bzw. „zzz“.

Lösung zum Teilauftrag

Zwei ausgewählte *Pfade* (entlang der Pfeile) führen zu zwei *Ergebnissen* des Zufallsexperiments.



Schritt 3 - Wahrscheinlichkeitsverteilung:

Ergebnisse	Wahrscheinlichkeiten
WWW	
WWZ	
WZW	
WZZ	
ZWW	
ZWZ	
ZZW	
ZZZ	

Pfadregel Die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis erhält man, indem man die **Wahrscheinlichkeiten längs** des dazu gehörigen **Pfades multipliziert**.

Ergebnisse	Wahrscheinlichkeiten <i>(nach Pfadregel)</i>
WWW	
WWZ	
WZW	
WZZ	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
ZWW	
ZWZ	
ZZW	
ZZZ	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Jeden einzelnen Pfad betrachten und die Pfadregel anwenden.

Ergebnisse	Wahrscheinlichkeiten <i>(nach Pfadregel)</i>
WWW	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
WWZ	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
WZW	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
WZZ	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
ZWW	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
ZWZ	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
ZZW	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
ZZZ	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Lösung zu a)

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dreimal „Zahl“ fällt?

Ergebnis: „zzz“

Schreibweise: $P(E_a) = \frac{1}{8} = 12.5\%$

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit, dass dreimal „Zahl“ fällt, beträgt **12.5%**.

Sprechweise für die Schreibweise

$$P(E_a) = \frac{1}{8}$$

„Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_a gleich $\frac{1}{8}$.“

Herkunft für die Schreibweise:

Deutsch:

Wahrscheinlichkeit

Lateinisch:

Probabilitas

Summenregel Man berechnet die Wahrscheinlichkeit bei Situationen mit **mehreren Ergebnissen**, indem man die **Wahrscheinlichkeiten** der dazugehörigen Ergebnisse **addiert**.

Lösung zu b)

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass einmal „Zahl“ *und* zweimal „Wappen“ fällt?

Mehrere Ergebnisse: „zww“ *oder* „wzw“ *oder* „wwz“

$$P(E_b) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} = 37.5\%$$

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit, dass einmal „Zahl“ und zweimal „Wappen“ fällt, beträgt 37.5%.

Lösung zu c)

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass *höchstens einmal* „Zahl“ fällt?

Mehrere Ergebnisse: „www“ *oder* „zww“ *oder* „wzw“ *oder* „wwz“

$$P(E_c) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = 50\%$$

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit, dass *höchstens einmal* „Zahl“ fällt, beträgt 50%.