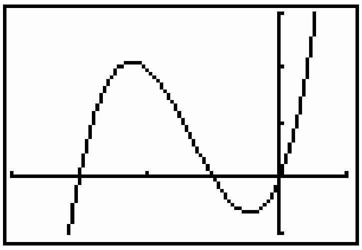
GRAFISCH...

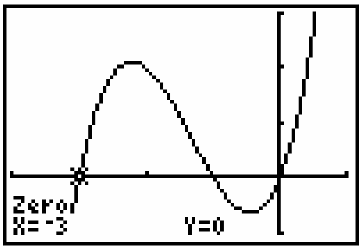
Ermitteln Sie numerisch für die Funktion f mit dem Funktionsterm $f(x) = x^3 + 4x^2 + 3x$ den Flächeninhalt zwischen den Nullstellen, der x-Achse und dem Grafen.

Term zeichnen



[2nd] [+] [7] [1] [2] [ENTER] [CLEAR]
[Y=] $x^3 + 4x^2 + 3x$ [ENTER]
[WINDOW] Parameter:
Xmin = -4; Xmax = 1; Xscl = 1
Ymin = -1; Ymax = 3; Yscl = 1; Xres = 1. [GRAPH]

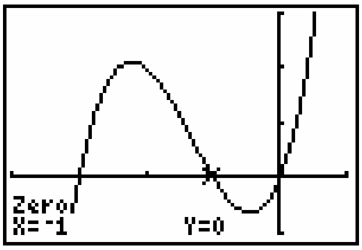
Nullstelle ermitteln



[2nd] [TRACE] [2] [(-)] [3] [.] [5] [ENTER]
[(-)] [2] [.] [5] [ENTER] [(-)] [2] [.] [8] [ENTER]

Natürlich benötigen wir die Nullstellen, um später die Integrationsgrenzen festlegen zu können. Hier ist der komplette Handlungsablauf, wobei Grenzen und Schätzwert per Tastatur eingegeben werden.

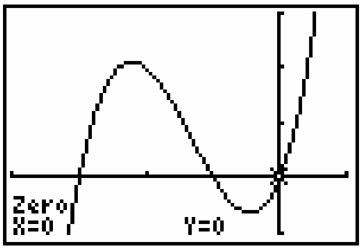
Nullstelle ermitteln



[2nd] [TRACE] [2] [(-)] [1] [.] [5] [ENTER]
[(-)] [0] [.] [5] [ENTER] [(-)] [0] [.] [8] [ENTER]

Auch die zweite Nullstelle...

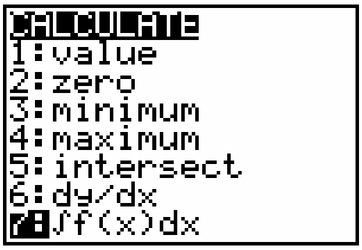
Nullstelle ermitteln



[2nd] [TRACE] [2] [(-)] [0] [.] [5] [ENTER]
[0] [.] [5] [ENTER] [0] [.] [2] [ENTER]

...und die dritte Nullstelle werden im “Schnelldurchgang“ ermittelt.

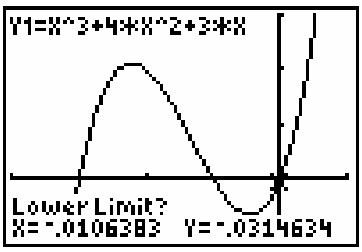
Integral markieren



[2nd] [TRACE]
▼ (6 mal)

Im **CALC**-Menü steht als letzter Eintrag die Symbolik für das bestimmte Integral. Dieser Befehl wird zunächst markiert...

Integral auswählen



[ENTER] **oder** [7]

...und mit [ENTER] ausgewählt. Ein Cursor erscheint an der letzten Position, seine Koordinaten und der Funktionsterm. Die Frage nach der unteren Grenze...

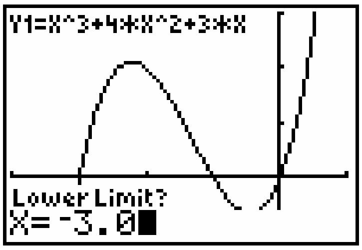
...INTEGRIEREN

Ermitteln Sie numerisch für die Funktion *f* mit dem Funktionsterm $f(x) = x^3 + 4x^2 + 3x$ den Flächeninhalt zwischen den Nullstellen, der x-Achse und dem Grafen.

Untere Grenze eingeben

[(-)] [3] [.] [0]

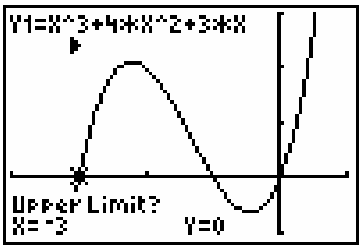
...(**Lower Limit?**) kann durch direkte Eingabe des Wertes der linken Nullstelle beantwortet werden. Man könnte aber auch den Cursor dorthin bewegen, wobei dann allerdings Ungenauigkeiten im **x**-Wert auftreten können.



Untere Grenze ausführen

[ENTER]

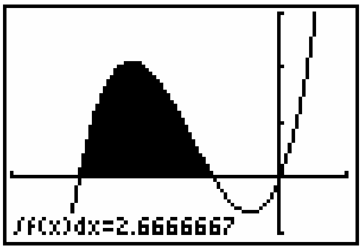
Den Zahlenwert kann man solange noch verändern, wie die Eingabe mit [ENTER] nicht beendet wird. Danach wird die untere Grenze markiert, ihre Koordinaten angegeben und nach der oberen Grenze (**Upper Limit?**) gefragt.



Integral ausführen

[(-)] [1] [.] [0] [ENTER]

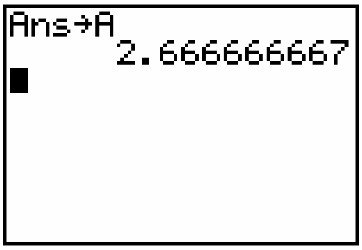
Nach Bestätigung der oberen Grenze wird die zu berechnende Fläche schwarz eingezeichnet und der Zahlenwert des Integrals in der untersten Zeile dargestellt.



Zahlenwert speichern

[STO▸] [ALPHA] [MATH] [ENTER]

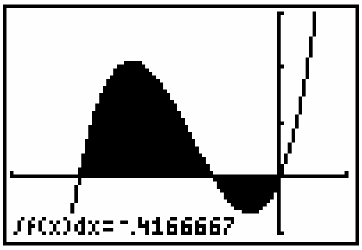
Wir müssen diesen Zahlenwert speichern, da die zweite Fläche noch addiert werden muss. Wird der Speicherpfeil betätigt, schaltet der TI-84 in den **HOME**-Screen und fügt die Variable **ANS** ein, die den Integralwert gespeichert hat.



Integral ausführen

[2nd] [TRACE] [7] [(-)] [1] [.] [0] [ENTER]
[0] [.] [0] [ENTER]

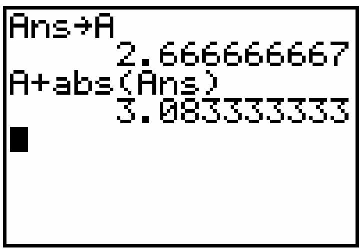
Natürlich bekommt der zweite Wert ein negatives Vorzeichen, da die Fläche unterhalb der **x**-Achse liegt...



Integral berechnen

[ALPHA] [MATH] [+] [MATH] ▶ [ENTER] [2nd] [(-)] [)] [ENTER]

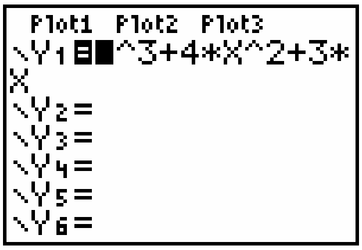
...sodass ihr Betrag zu nehmen ist und zum vorherigen Wert zu addieren ist.



GRAFEN AKTUALISIEREN

Ermitteln Sie für die Funktion *f* mit dem Funktionsterm $f(x) = x^3 + 4x^2 + 3x$ direkt im Anschluss an die vorherige Aufgabe numerisch das Integral zwischen $x_u = -3{,}0$ und $x_o = 0{,}0$. Aktualisieren Sie danach die grafische Darstellung.

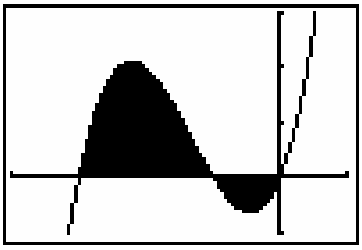
Y= Editor öffnen



[Y=]

Ein Druck auf die Taste [Y=] verlässt den **HOME**-Screen und positioniert den Cursor auf **Y1**.

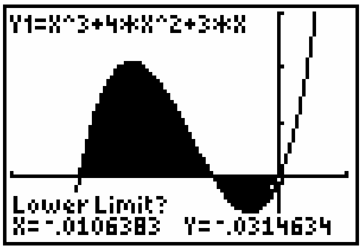
Grafikfenster öffnen



[GRAPH]

Wurden auch im **Y=** Editor keine Veränderungen vorgenommen und auch an den Fenstereinstellungen nichts gewandelt, so zeichnet der TI-84 nicht neu, sondern zeigt den letzten Grafikschirm an.

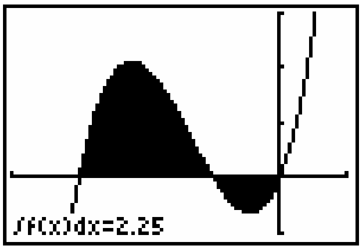
Integral auswählen



[2nd] [TRACE] [7]

Wir berechnen hier das Integral...

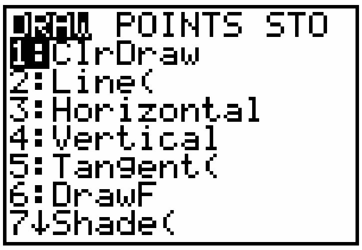
Integral ausführen



[(-)] [3] [.] [0] [ENTER] [0] [.] [0] [ENTER]

... von x_u=-3,0 bis x_o=0,0, um deutlich den Unterschied zur Berechnung des Flächeninhaltes in der vorherigen Aufgabenstellung darzustellen. Natürlich ergibt sich hier ein anderer Wert.

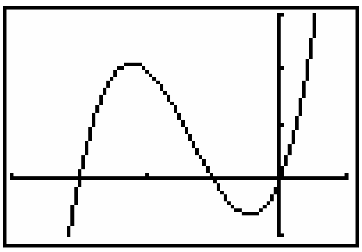
DRAW öffnen



[2nd] [PRGM]

Um die grafische Darstellung, die ja immer noch die geschwärzte Fläche mit anzeigt, zu aktualisieren, existiert im **DRAW**-Menü, das man über die Zweitbelegung der [PRGM]-Taste öffnet, der **ClrDraw**-Befehl...

ClrDraw ausführen



[ENTER] **oder** [1]

...der nach seiner Ausführung sämtliche Zusatzmarkierungen löscht und den Grafen in seiner ursprünglichen Form neu zeichnet.

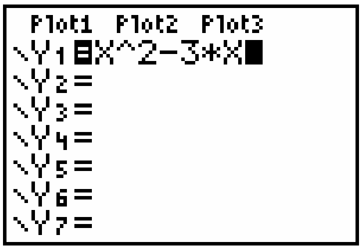
STAMMFUNKTIONEN GRAFISCH...

Ermitteln Sie für die Funktion *f* mit dem Funktionsterm $f(x) = x^2 - 3x$ ...

Term eingeben

[2nd] [+] [7] [1] [2] [ENTER] [CLEAR]
[Y=] $x^2 - 3x$

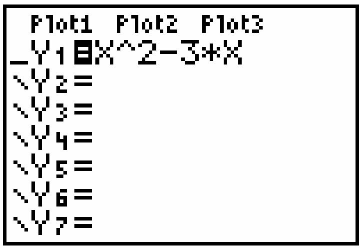
Um alle vorhergehenden Arbeiten rückgängig zu machen wird der TI-84 in den Ausgangszustand versetzt. Danach kann der Term unter **Y1** eingegeben, aber noch nicht gespeichert werden...



Grafikstil markieren

◀ **(9 mal) oder** [2nd] ◀ ◀ ◀

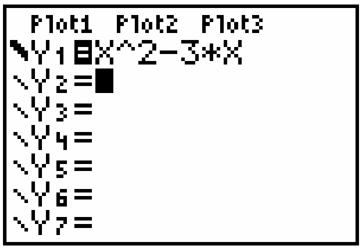
...denn es soll nicht der Standardstil der grafischen Darstellung benutzt werden. Um ihn zu verändern bewegen wir den Cursor in die erste Spalte. Dort ist im Moment für jeden Eintrag ein dünner Strich angezeigt.



Grafikstil auswählen

[ENTER] ▶ ▶ ▼

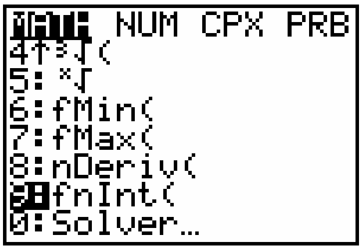
Betätigt man die [ENTER]-Taste einmal, so verändert sich die Anzeige hier zu einem dicken Strich. In dieser Form wird dann später auch der Graf gezeichnet. Zusätzlich haben wir den Cursor auf die nächste Eingabezeile bewegt.



fnInt markieren

[MATH] ▲ ▲

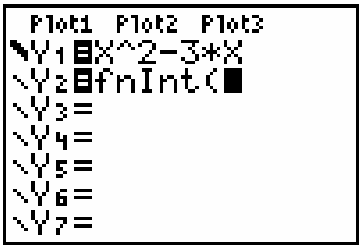
Für mathematische Operationen an Termen und Funktionen gibt es das **MATH**-Menü, das mit [MATH] geöffnet wird. Man gelangt mit der ▲-Taste an das zunächst nicht sichtbare Ende der Liste. In der Position Nummer **9** befindet sich der Befehl **fnInt** zur numerischen Integration. Er wird erst markiert...



fnInt auswählen

[ENTER] **oder** [9]

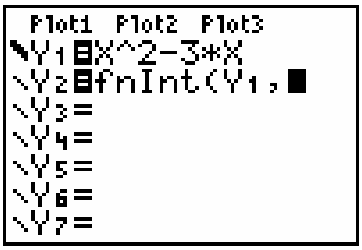
...und dann mittels [ENTER] ausgewählt. Mit der Ziffern-Taste [9] könnte man die Schnelleingabe durchführen. Der Befehl erscheint nun mit öffnender Klammer im **Y=** Editor und wartet auf Argumente.



Y1 auswählen

[VARS] ▶ [1] [1] [,]

Wir benötigen als erstes Argument den Termnamen, den wir mit Schnelleingabe aus dem **VARS/Y-VARS**-Untermenü holen. Danach setzen wir ein Komma...

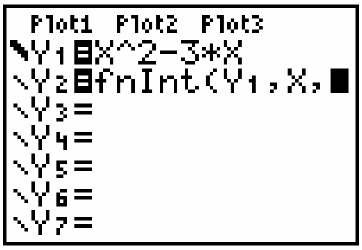


...UND DER HAUPTSATZ...

...grafisch zwei verschiedene Stammfunktionen...

Variablennamen eingeben

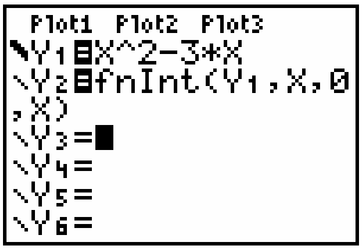
x [,]



...denn wir müssen dem TI-84 noch mitteilen, welches die Integrationsvariable ist. Wieder folgt ein Komma...

Term speichern

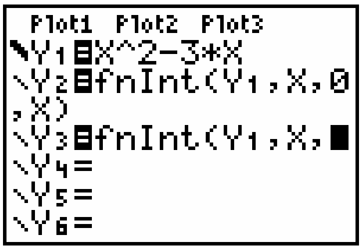
[0] [,] *x* [)] [ENTER]



...denn es müssen auch die untere und obere Grenze eingegeben werden. Wählen wir die obere Grenze zu **x**, so wird für jeden Wert der **x**-Achseneinteilung, die später noch vorzunehmen ist, das Integral numerisch berechnet.

Variablennamen eingeben

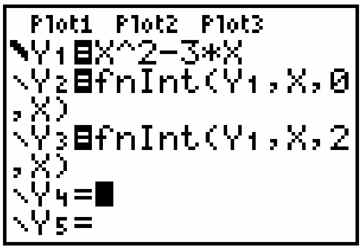
[MATH] [9] [VARS] ▶ [1] [1] [,] *x* [,]



Im Gesamtablauf wird hier der **fnInt**-Befehl erneut mit Termnamen und Variable belegt. Für die Integrationskonstante der Stammfunktion ist allerdings die untere Grenze des Befehls relevant...

Term speichern

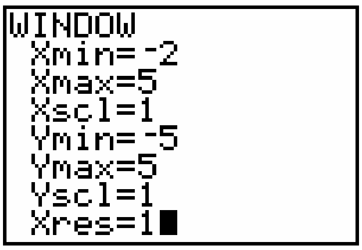
[2] [,] *x* [)] [ENTER]



...die wir hier bewusst verändern, um eine zweite Stammfunktion zu ermitteln. Bezeichnet man mit F(x) die Stammfunktion mit Integrationskonstante Null, so erzeugen wir hier Stammfunktionen mit Integrationskonstanten -F(0) und -F(2).

Grafikfenster einstellen

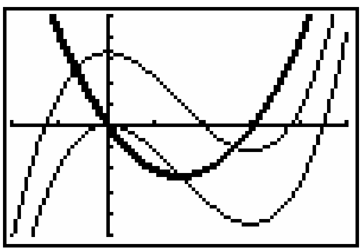
[WINDOW] Parameter:
Xmin = -2; Xmax = 5; Xscl = 1
Ymin = -5; Ymax = 5; Yscl = 1; Xres = 1.



Wenn jetzt noch eine geeignete Einstellung der Parameter für das Grafikfenster vorgenommen wird...

Graf zeichnen

[GRAPH]

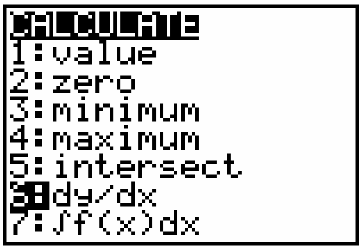


...dann ist die grafische Darstellung von Stammfunktionen perfekt.

...DER DIFFERENZIAL- UND INTEGRALRECHNUNG

...und prüfen Sie exemplarisch mithilfe der grafisch-numerisch ermittelten Steigungswerte, ob deren Ableitungen identisch sind und dem jeweiligen Funktionswert von *f* entsprechen.

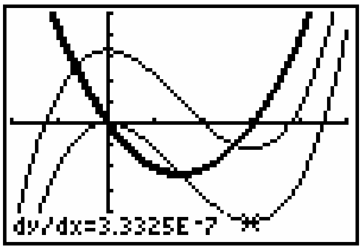
Ableitung markieren



[2nd] [TRACE] ▲ ▲

Um grafisch-numerisch Steigungswerte zu ermitteln, gibt es den entsprechenden Befehl im **CALC**-Menü, welches wir erst öffnen und danach den Befehl **dy/dx** mit der ▲-Taste markieren.

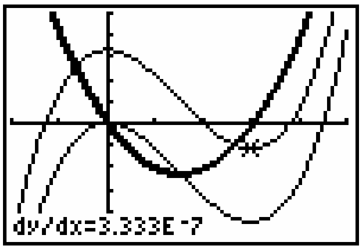
Ableitung ausführen



[ENTER] **oder** [6]
▼ [3] [.] [0] [ENTER]

Mit [ENTER] wird er ausgewählt, und auf dem Bildschirm erscheint ein Cursor, der auf dem Grafen von **Y1** positioniert ist. Mit ▼ wählen wir die erste Stammfunktion **Y2** aus und geben die Stelle **x=3,0** per Tastatur ein...

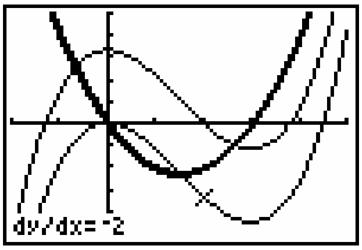
Ableitung ausführen



[2nd] [TRACE] [6] ▲ [3] [.] [0] [ENTER]

...was wir nach erneuter Auswahl des Ableitungsbefehls aus dem **CALC**-Menü und Markieren der zweiten Stammfunktion auch für **Y3** tun. Die von uns verwendete Ausgangsfunktion hat dort eine Nullstelle. Berücksichtigt man hier, dass die Stammfunktion numerisch ermittelt wird, so ist die Genauigkeit hinreichend.

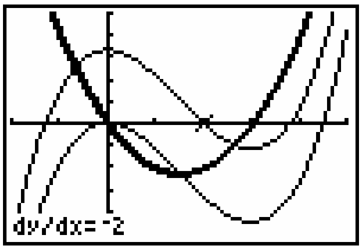
Ableitung ausführen



[2nd] [TRACE] [6] ▲ [2] [.] [0] [ENTER]

Dennoch wollen wir eine zweite Stelle **x=2,0** wählen, für die wir hier die gesamte Tasteneingabe zur Ermittlung des Steigungswertes von **Y2**...

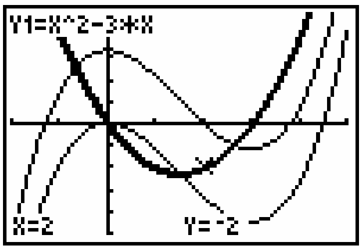
Ableitung ausführen



[2nd] [TRACE] [6] ▲ [2] [.] [0] [ENTER]

...und hier die für **Y3** angeben. Man erkennt deutlich die Übereinstimmung der beiden numerischen Werte an der Stelle **x=2,0**...

Funktionswert ermitteln



▼

...und ein Wechsel zum Grafen der Ausgangsfunktion zeigt die Übereinstimmung mit dem dortigen Funktionswert f(2).