

1 Startzustand

Um problemlos rechnergestützte Anwendungen ausführen zu können, lernen wir in diesem Abschnitt, wie man mit fünf Handlungsbausteinen (B1 bis B5) den Startzustand für den Voyage™ 200 herstellen kann.

B1 Einschalten

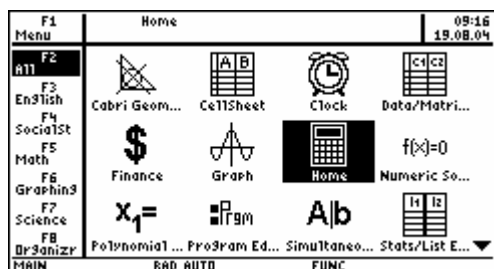
☉ Drücke **[ON]**.

Auf dem Bildschirm zeigt sich eine Abbildung.

B2 Initialisieren

Beim Initialisieren werden alle benutzerdefinierten Eingabedaten und alle persönlichen und nicht vorinstallierten Programme mit einmal gelöscht. Der Kontrast des Bildschirms stellt sich neu ein.

☉ Drücken Sie mit dem linken Zeigefinger auf die Taste **[2nd]** und halten sie diese gedrückt. Mit dem rechten Zeigefinger drücken Sie zusätzlich auf die **[2nd]**-Taste und halten auch diese Taste gedrückt. Mit dem linken Daumen drücken Sie im Dreiergriff die **[ON]**-Taste für ca. 3 Sekunden. Dann lassen Sie mit einmal alle drei Tasten wieder los. Auf dem Bildschirm zeigt sich ein horizontaler Ladestreifen. Der Vorgang dauert ca. 90 Sekunden und ist abgeschlossen, wenn das Bild [B. 1.1] auf dem Bildschirm erscheint. Alle Bezeichnungen sind dann in englischer Sprache.



[B. 1.1]

B3 Deutsches Sprachmodul

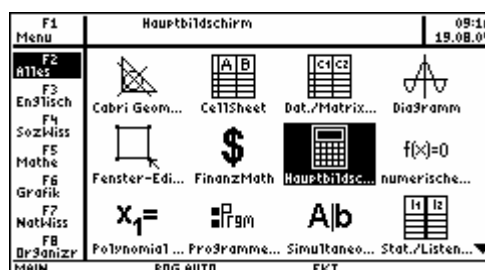
Viele Bezeichnungen für Menüs, Befehle oder Optionen können mittels der Aktivierung des deutschen Sprachmoduls auch in deutscher Sprache angezeigt werden. Allerdings ist dann jede Befehlssyntax aus dem Handbuch zu seinem englischen Bezeichner zuzuordnen. Bei der notwendigen Übersetzungsarbeit können, die im Anhang stehenden Tabellen als Wörterbücher weiterhelfen. Vergleichen Sie auch mit Abschnitt 11.

☉ Drücke **[MODE]** **[F3]** **[↓]** **[→]** **[↓]**.



[B. 1.2]

☉ Drücke **[ENTER]** **[ENTER]** **[APPS]**.



[B. 1.3]

Fast alle Bezeichnungen sind jetzt in deutscher Sprache. Wir haben das deutsche Sprachmodul aktiviert. Alle, in diesem Buch vorgestellten, Tastenfolgen führen nur mit aktiviertem deutschem Sprachmodul zum Ziel.

B4 Helligkeit (Kontrast)

Wir wollen Helligkeitseinstellungen vornehmen, um einen optimalen Bildschirmausdruck zu erzeugen.

- ☉ Drücke \blacklozenge $\boxed{+}$.

Auf dem Bildschirm hat sich die Helligkeit um eine bestimmte Intervallstufe vermindert.

- ☉ Drücke \blacklozenge $\boxed{-}$.

Auf dem Bildschirm hat sich die Helligkeit um eine bestimmte Intervallstufe erhöht. Wiederholen Sie die letzten beiden Handlungen nach Belieben, vielleicht auch im Wechsel, bis die gewünschte Helligkeit auf dem Bildschirm erzielt wurde.

B5 Generalbildschirm

- ☉ Drücke $\boxed{\text{APPS}}$.

Auf dem Bildschirm erscheint der so genannte Generalbildschirm (siehe Bild [B. 1.3]) auf dem verschiedene Icons alphabetisch angeordnet sind.

B6 Startzustand

Führen Sie in einer Handlungskette die Handlungsbausteine B1 bis B5 in angegebener Reihenfolge aus.

2 Ausschalten

Wenn man eine Rechnersitzung beenden möchte, muss man wissen, wie der Rechner von Hand ausgeschaltet wird.

B7 Rechner ausschalten.

- ☉ Drücke $\boxed{2\text{nd}}$ $\boxed{\text{ON}}$.

3 Symbolische Ausgabe

Um die Stärke des Rechners bezüglich symbolischer und numerischer Rechenarten im vollen Umfang nutzen zu können,

wählen wir im MODE-Menü den symbolischen Ausgabemodus mit der Optionsbezeichnung EXAKT aus.

B8 EXAKT-Ausgabemodus

Stellen Sie, falls noch nicht geschehen, den Startzustand (B6) her.

- ☉ Drücke $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{\text{F2}}$ \downarrow \downarrow \rightarrow \downarrow .



[B. 3.1]

- ☉ Drücke $\boxed{\text{ENTER}}$.



[B. 3.2]

- ☉ Drücke $\boxed{\text{ENTER}}$.

Der Rechner schaltet automatisch in den so genannten Hauptbildschirm (siehe [B. 4.1]).

Hinweise: Für alle Anwendungen aus diesem Buch wird dieser Rechenmodus beibehalten bzw. wieder „neu“ hergestellt. Man achte stets auf den Hinweis EXAKT, der in der Mitte der untersten Zeile (Statuszeile) des Bildschirms zu sehen ist.

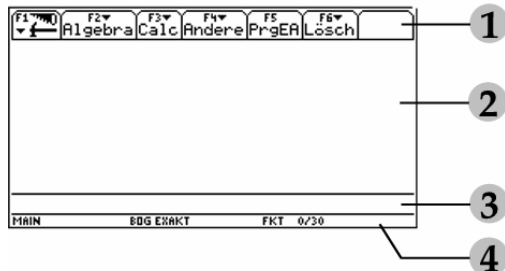
Die in den Bildern [B. 3.1] und [B. 3.2] nicht ganz leserlichen Zeilen deuten auf inaktive Optionen des Rechners hin und sind keine Darstellungsfehler.

B9 HOME-Bereinigung

Diesen wichtigen Handlungsbaustein finden Sie im Abschnitt 6.2.

4 Hauptbildschirm (HOME)

Aufbau des Hauptbildschirms im symbolischen Ausgabemodus EXAKT.



[B. 4.1]

- (1) Menüzeile
- (2) Protokollbereich
- (3) Schreibzeile
- (4) Statuszeile

Angaben in der Statuszeile: Wir beschreiben die abgebildeten Angaben in der Statuszeile und beziehen uns dabei auf das Bild [B. 4.1]. Mehr Informationen finden Sie im TI-Handbuch.

MAIN	Verzeichnis
BDG	Winkleinheit für Bogenmaß
EXAKT	Symbolische Ausgaben
FKT	$y(x)$ -Funktionsplot (kontinuierlich)
0/30	0 von 30 Ein-/Ausgabepaaren

5 Rechnen und Rechengesetze

Wir wissen aus dem Mathematikunterricht, dass das Rechnen mit Zahlen oder auch das Vereinfachen von Termen auf dem Befolgen ein und derselben Rechengesetze basiert. Alle Rechengesetze gelten innerhalb einer bestimmten

Zahlenmenge (natürliche Zahlen \mathbb{N} , Bruchzahlen \mathbb{Q}_+ , rationale Zahlen \mathbb{Q} , reelle Zahlen \mathbb{R} , komplexe Zahlen \mathbb{C}).

Beispiel 5.1:

Im Bereich der rationalen Zahlen (\mathbb{Q}) gelten u.a.:

- (1) Kommutativgesetz der Multiplikation rationaler Zahlen:
Für alle $a, b \in \mathbb{Q}$: $a \cdot b = b \cdot a$.
- (2) Distributivgesetz rationaler Zahlen: Für alle $a, b, c \in \mathbb{Q}$:
 $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.
- (3) Gesetz vom Neutralelement ($a = 1$) der Multiplikation rationaler Zahlen: Es gibt eine Zahl $a \in \mathbb{Q}$, sodass für alle $b \in \mathbb{Q}$:
 $a \cdot b = b$.
- (4) Assoziativgesetz rationaler Zahlen: Für alle $a, b, c \in \mathbb{Q}$:
 $a + (b + c) = (a + b) + c$.

Die darin vorkommenden Variablen a, b und c sind Platzhalter, die an die jeweiligen Formulierungen:

„Für alle ...“,

„Es gibt ein ...“

gebunden sind und sozusagen den Platz für die Elemente aus dem jeweiligen Grundbereich reservieren. Man darf sie keinesfalls belegen.

Ob Rechnen mit Zahlen oder Vereinfachen von Termen, in beiden Fällen geht es darum, andere Termbilder zu erzeugen. Dabei darf sich am Wert des Terms nichts ändern.

Beispiel 5.2:

$$5 - 23 + 4; (-2) \cdot 7; 4^2 - 30; -\frac{70}{5} \cdot 1.$$

Vier unterschiedliche Zahlbilder stellen ein und denselben Termwert, die Zahl (-14) , dar.

Beispiel 5.3:

Mit $a \in \mathbb{Q}$ beschreiben die vier verschiedenen Terme:

$$a + a; 8a - 6a; \frac{4a}{2}; \frac{15a}{3} - \frac{12a}{4} \quad \text{ein und}$$

denselben Termwert von $2 \cdot a$. Um diese Symbole erzeugen zu können, muss man Terme vereinfachen.

Unser Rechner, der auch symbolisch rechnen kann, „handelt“ in **Anlehnung** an eine Vielzahl von Rechengesetzen. Beim symbolischen Rechnen arbeitet man im Gegensatz zum numerischen Rechnen wertfrei. Die gebundenen Variablen in den Rechengesetzen sind aber keineswegs wertfrei.

Wie kann man mit wertfreien Symbolen rechnen?

In der Mathematik kann man mit wertfreien Symbolen nicht rechnen.

Was macht dann unser Symbolrechner, Voyage™ 200, mit den wertfreien Symbolen?

Man sagt, der Rechner manipuliert die Symbole („lenkt um“), so wie es die Gleichungen und Ungleichungen in den Rechengesetzen vorschreiben. Anstelle der Rechengesetze „kennt“ unser Rechner in Abwandlung zu diesen nur so genannte Rechenbäume, in denen man zu jedem beliebigen Zeitpunkt nach Belieben Werte verschiedener Grundbereiche einsetzen darf. In der Mathematik ist eine derartige „Einsetzungspraxis“ in den Rechengesetzen völlig unakzeptabel. Insofern ignoriert unser Rechner ein wichtiges mathematisches Prinzip. Vergleichen Sie auch mit Abschnitt 9.

Können Symbolrechner beim Betreiben von Mathematik dann wirklich noch nützlich sein?

Ja, und das nicht zu knapp. Aus dem beschriebenen Umstand entsteht allerdings eine nicht zu unterschätzende Verantwortung beim Mathematikbetreibenden, dem Benutzer, die es durch Fachkompetenz auszufüllen gilt. Dabei interessieren wir uns im Besonderen für die Ausgestaltung der Dialogführung zwischen Rechner und Benutzer und stellen uns die Frage:

Wie gestaltet und begründet sich die Arbeitsteilung zwischen CAS-Rechner und Benutzer beim Lösen mathematischer Aufgaben?

Routinetätigkeiten des Rechners	Typische Benutzertätigkeiten
<ul style="list-style-type: none"> - Symbolisches Lösen von Gleichungen, - Symbolisches Umformen von Termen u.v.a.. 	<ul style="list-style-type: none"> - Eingeben relevanter Daten, - Interpretieren der Ausgaben, - Dokumentieren der Anwendungen.

In diesem Zusammenhang fragen wir uns auch:

- *Wie zuverlässig sind die Ausgaben?*
- *Muss man zu den Ausgaben mathematische Beweise führen?*
- *Welches besondere Fachwissen benötigt der Benutzer im Umgang mit dem Voyage™ 200?*

Diese Fragen lassen sich leider nicht in einem Satz verständlich und einsichtig beantworten. Wir wollen gerade diese Problematik zu unserem Hauptthema dieses Buches machen. An verschiedenen Themen und an einfachen Beispielen erläutern wir, was genau der Benutzer vor und nach der Rechnerarbeit zu überdenken hat, um sinnvolle Ergebnisse erzielen zu können. Dabei werden wir unterschiedliche und wiederholende

Tätigkeiten des Benutzers kennen lernen, über die man sich im Klaren sein muss, wie wichtig sie in der Arbeit mit dem Rechner sind.

Wir fangen mit einer ganz einfachen Aufgabe zum Rechnen und Vereinfachen von Termen an.

Aufgabe: Wählen Sie im MODE-Menü (B8) den symbolischen Ausgabemodus EXAKT aus.

Vereinfachen Sie symbolisch:

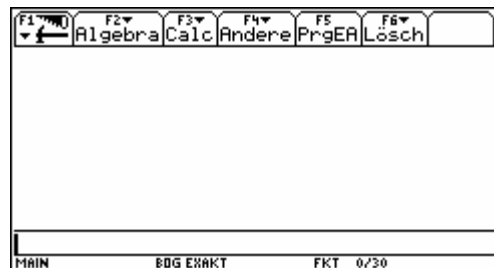
a) $\frac{1}{2} + \frac{7}{5} - \frac{9}{4}$
 b) $\frac{a}{3} - \frac{3a}{5}$

Wir streben in beiden Fällen eine Vereinfachung an: Suchen also andere Bilder von Zahlen und Termen mit exakt gleichem Termwert.

a) ☉ Drücke $\boxed{\blacklozenge}$ Q für [HOME].

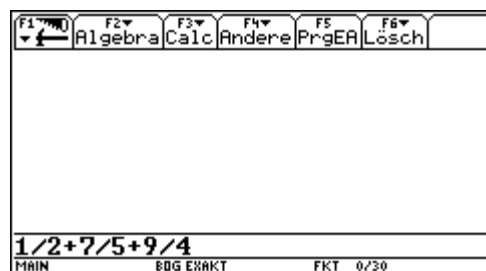
Kommentar: Wir wechseln in den Hauptbildschirm. In der Schreibzeile blinkt links ein kleiner Strich als Cursor und wartet auf eine Eingabe.

HOME/



[B. 5.1]

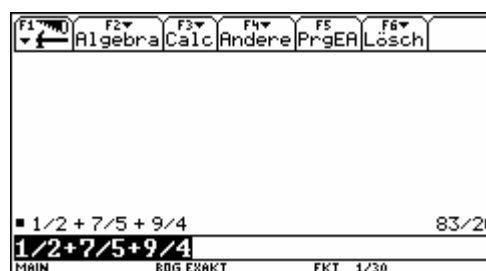
☉ Drücke $\boxed{1} \boxed{\div} \boxed{2} \boxed{+} \boxed{7} \boxed{\div} \boxed{5} \boxed{+} \boxed{9} \boxed{\div} \boxed{4}$.



[B. 5.2]

Kommentar: Wir werten den eingegebenen Zahlterm symbolisch aus.

☉ Drücke $\boxed{\text{ENTER}}$.



[B. 5.3]

Interpretation: Ein anderes Bild der Zahl $\frac{1}{2} + \frac{7}{5} - \frac{9}{4}$ ist $\frac{83}{20}$.

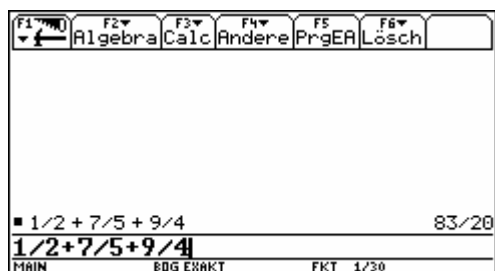
Wir prüfen handschriftlich nach:

$$\frac{1}{2} + \frac{7}{5} - \frac{9}{4} = \frac{10 + 28 - 45}{20} = \frac{-7}{20} < 0 < \frac{83}{20}$$

und stellen fest: Die rechnergestützte Auswertung steht im Widerspruch zu unseren schriftlichen Überlegungen. Bei der Eingabe des Zahlterms ist uns ein Fehler unterlaufen. Wir wollen uns korrigieren, indem wir den in der Schreibzeile befindlichen invertierten Zahlterm an geeigneter Stelle editieren (überschreiben).

☉ Drücke $\boxed{\rightarrow}$.

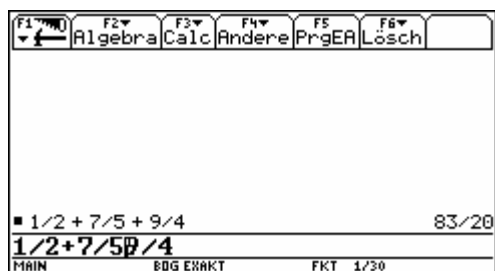
Kommentar: Wir springen mit dem Cursor an das rechte Ende des nicht mehr invertierten Zahlterms.



[B. 5.4]

☉ Drücke \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow .

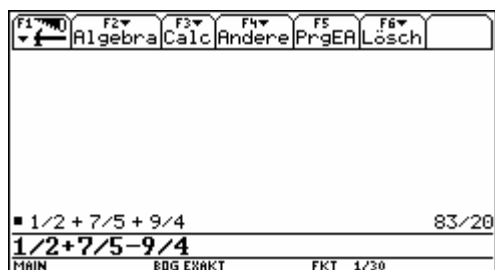
Kommentar: Wir rücken schrittweise mit der Linkscursortaste \leftarrow an das falsch eingegebene Pluszeichen und löschen es dann mit der Rücktaste \leftarrow .



[B. 5.5]

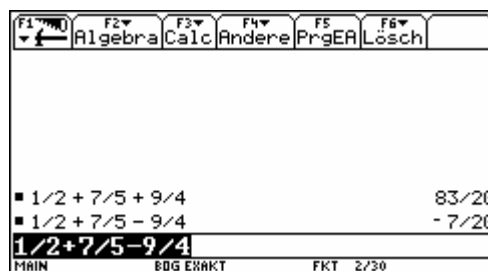
☉ Drücke \leftarrow .

Kommentar: Wir fügen an dieser Stelle das Minuszeichen ein.



[B. 5.6]

☉ Drücke \leftarrow .

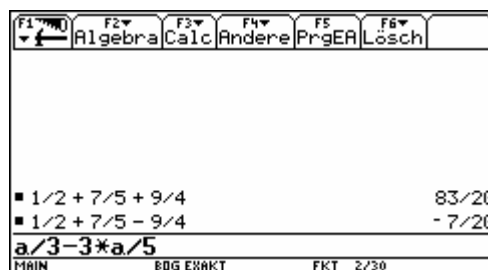


[B. 5.7]

Interpretation: Eine exakte Vereinfachung des Zahlterms aus a) ist $-\frac{7}{20}$. Es

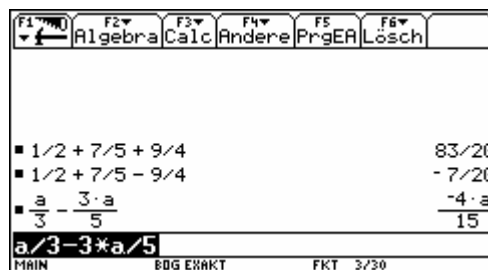
gilt die Gleichung: $\frac{1}{2} + \frac{7}{5} - \frac{9}{4} = -\frac{7}{20}$.

b) ☉ Drücke \leftarrow 3 \leftarrow 3 \leftarrow A \leftarrow 5.



[B. 5.8]

☉ Drücke \leftarrow .



[B. 5.9]

Interpretation: Eine exakte Vereinfachung des Zahlterms $\frac{a}{3} - \frac{3a}{5}$ ist $-\frac{4 \cdot a}{15}$.

Es gilt die Gleichung: $\frac{a}{3} - \frac{3a}{5} = -\frac{4 \cdot a}{15}$

für alle $a \in \mathbb{Q}$.

Das handschriftliche Nachrechnen sollte dem Leser keine Probleme bereiten.

6 Umgang mit Variablen

Anhand der nachfolgenden Aufgabe wollen wir unterschiedliche Konzepte zum Arbeiten mit Rechnervariablen demonstrieren und dabei folgende Fragen beantworten:

- Welche Art von Variablen versteht der Voyage™ 200?
- Was haben die Rechnervariablen mit denen, die wir aus dem Mathematikunterricht her kennen, gemeinsam? Was unterscheidet sie voneinander?
- Wie können wir Rechnervariablen einen bestimmten Wert zuordnen?
- In welchen Protokollbereichen gelten diese Wertzuweisungen?
- Wie kann ich die Wertzuweisung verändern oder auch löschen?
- Wie kann ich eine Formel (Term oder Ausdruck) abspeichern und bei Bedarf wieder aufrufen?

Beispiel 6.1:

Ein Rechteck von 4 m Länge und 0.5 m Breite soll in ein flächengleiches Quadrat verwandelt werden. Wie lang ist eine Seite des Quadrates?

Gesucht: Länge a in Metern

Gegeben: $l := 4\text{ m}$

$b := 0.5\text{ m}$

Lösung:

Der Flächeninhalt des Rechteckes A_{Re} berechnet sich aus

$$A_{\text{Re}} := l \cdot b.$$

Der Flächeninhalt des Quadrates A_{Qua} berechnet sich aus

$$A_{\text{Qua}} := a^2,$$

wobei a die Länge einer Quadratseite bezeichnet. Da beide Figuren flächengleich sein sollen, muss gelten:

$$A_{\text{Qua}} = A_{\text{Re}} \text{ (Flächengleichheit)}$$

$$a^2 = l \cdot b$$

Gegebene Werte werden eingesetzt:

$$a^2 = 4\text{ m} \cdot 0.5\text{ m}$$

$$a^2 = 2\text{ m}^2$$

Da die Länge a nicht negativ ist, bilden wir auf beiden Seiten der letzten Gleichung die Quadratwurzel und erhalten

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{2\text{ m}^2} \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{\text{m}^2} \\ &= \sqrt{2}\text{ m} \approx 1.41\text{ m} \end{aligned}$$

Antwort: Die Seitenlänge a des flächengleichen Quadrates beträgt $a = \sqrt{2}\text{ m} \approx 1.41\text{ m}$.

Diese Beispielaufgabe wollen wir auf unterschiedlichen Wegen mit dem Voyage™ 200 nachrechnen. Dabei werden wir zwei unterschiedliche Variablenkonzepte exemplarisch kennen lernen und deren Vor- und Nachteile gegenüberstellen.

Wir unterscheiden:

- Globale Variablenbelegung mittels **[STO►]**-Taste und Definier-Befehl;
- Lokale Variablenbelegung mittels funktionaler Notation.

Wir stellen zuerst den Startzustand (B6) her und schalten im MODE-Menü auf die Option EXAKT (B8) um.

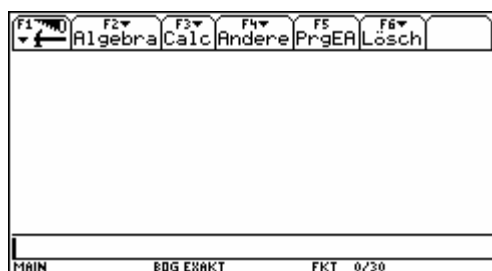
Unter einer symbolischen Rechnervariablen verstehen wir ein Symbol, dem ein bestimmter symbolischer Wert zugeordnet ist. Wir sprechen in diesem Zusammenhang von einem Bezeichner mit symbolischem Speicherinhalt. Der wesentliche Unterschied zur (numerischen) Mathematik besteht bei dem „neuen“ Variablenbegriff darin, dass die symbolischen Rechnervariablen keiner Grundmenge angehören. Beide Arten von Variablen haben wiederum gemeinsam, dass sie Träger von Werten sind. Die einen von einem symbolischen Wert, die anderen von einem numerischen Wert.

Hinweis: Um aus symbolischen Werten einen numerischen Wert zu erhalten, ist eine Interpretation notwendig. Eine rechnergestützte Interpretation erfolgt beispielsweise über die Tastenfolge \diamond [ENTER]. Diese Tastenfolge muss nicht in jedem Fall zu einem Zahlsymbol führen. Eine nichtrechnergestützte Interpretation bedarf der „kopfgestützten Anpassung“ (Nachdenken) an einen der in Frage kommenden Zahlenbereiche. Dabei sind vor allem die jeweils gültigen Rechengesetze in die Überlegungen einzubeziehen (siehe auch Abschnitt 5).

6.1 [STO] -Taste

Die Rechnungen führen wir im Hauptbildschirm (HOME) durch.

- Drücke [2nd] Q für [HOME]
 [F1] 8 [CLEAR] .

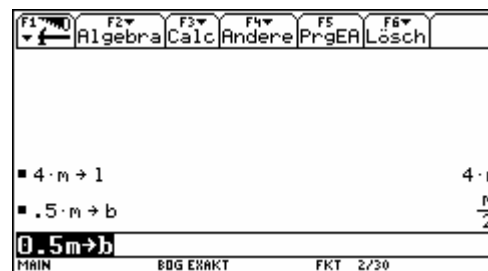


[B. 6.1]

Der Cursor blinkt als Strich in der Schreibzeile. Wir speichern mit der [STO] -Taste die gegebenen Werte ab und verwenden dabei die Datenspeicher l und b , die wir auch als symbolische Bezeichner festlegen.

Kommentar: Für die Übernahme der beiden nominalen Definitionen $l := 4m$; $b := 0.5m$ gehen wir wie folgt vor:

- Drücke $4 M$ [STO] L [ENTER] $0 \square 5$
 M [STO] B [ENTER].



[B. 6.2]

Interpretation: Die aktuellen Speicherinhalte der Bezeichner l und b werden symbolisch ausgegeben.

Kommentar: Die nominale Definition des Bezeichners A_{Re} mit $A_{\text{Re}} := l \cdot b$ bedarf der Übersetzung in die spezielle Rechnersyntax.

- Drücke L \times B [STO] F L A E [2nd] P
R E [ENTER]



[B. 6.3]

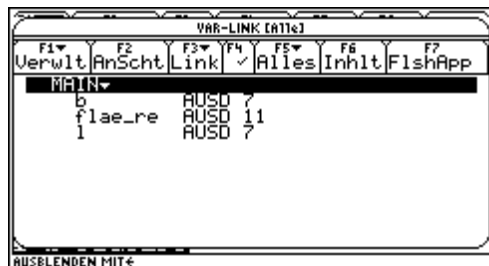
Interpretation: Der aktuelle Speicherinhalt des neu eingeführten Bezeichners $flae_re$ wird mit $2 \cdot m^2$ symbolisch angezeigt.

Merke: Der Benutzer kann im Protokollbereich keine Großbuchstaben als Bezeichner verwenden, um zum Beispiel den Ausdruck $A_{\text{Qua}} = A_{\text{Re}}$ zeichengetreu vom Rechner ausgeben zu lassen. Aus Kleinbuchstaben und anderen Zeichen zusammengesetzte Wörter,

wie beispielsweise *flae_re* sind durchaus im Protokollbereich möglich. Dabei sind maximal 8 einzelne Zeichen in einem Wort erlaubt. Welche ein- oder mehrstelligen Bezeichner durch Wertzuweisung vom Benutzer eingeführt worden sind, können wir im VAR-LINK-Menü übersichtlich betrachten.

☉ Drücke $\boxed{2nd}$ $\boxed{-}$ für [VAR-LINK].

VAR-LINK/



[B. 6.4]

Hinweis: Das Zeichen *m* im Protokoll des Bildes [B. 6.3] ist kein Bezeichner, denn es geht aus keiner Wertzuweisung hervor. Der Speicherinhalt von *m* ist das Symbol *m* selbst. Nur aus dem Kontext der Aufgabe interpretieren wir *m* als die Längeneinheit Meter.

☉ Drücke $\boxed{\blacklozenge}$ \boxed{Q} für [HOME].

Es erscheint wieder der Hauptbildschirm [B. 6.3].



V200-INFO-6-1: Der Rechner produziert mit den ausgegebenen Symbolen keine Lösungen im Sinne einer Antwort. Alle Ausgaben bedürfen einer Interpretation im Kontext zur Aufgabe.

Setzen wir die Arbeit am Rechner fort und überlegen uns, wie wir die Textpassage aus der Aufgabe: „Der Flächeninhalt des Quadrates A_{Qua} berechnet sich aus $A_{\text{Qua}} := a^2$, wobei a die Länge einer Quadratseite bezeichnet.“ in die Sprache des Rechners übersetzen können. Wenn wir sagen, der Flächeninhalt A_{Qua} hängt von der Seitenlänge a ab, dann sehen wir hinter dem Symbol a eine Längenangabe, also ein Produkt aus einer positiven Zahl und einer Längeneinheit, wie das Meter. Diese „hintergründige“ Information über das Zeichen a geht bei der Eingabe in den Rechner verloren. Man sagt, es gibt bei der Eingabe des Zeichens a einen Semantikverlust (Semantik ist die Lehre der Bedeutungen). Der Rechner verarbeitet das Zeichen a so wie jedes andere eingegebene Zeichen nach den eingebauten Rechenbäumen und „interessiert“ sich in keinsten Weise für dessen Bedeutung.

Die Zeichen a und m sind in diesem Zusammenhang keine mathematischen Variablen, sondern wertfreie Symbole mit denen nach internen Rechnerregeln symbolisch „gerechnet“ werden kann. Wir überzeugen uns von der Wertfreiheit von a .

☉ Drücke \boxed{A} $\boxed{\text{ENTER}}$.

HOME/



[B. 6.5]

Interpretation: Das Symbol a ist wertfrei, denn die Wertausgabe gibt das Symbol a wider.

Kommentar: Mit der $\boxed{\text{STO}}\blacktriangleright$ -Taste definieren wir anstelle von A_{Qua} den Bezeichner flae_qua .

☉ Drücke A $\boxed{\times}$ A $\boxed{\text{STO}}\blacktriangleright$ F L A E $\boxed{2\text{nd}}$ P Q U A $\boxed{\text{ENTER}}$.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Losch	
4 · m → 1					4 · m
5 · m → b					5 · m
1 · b → flae_re					2 · m ²
a					a
a · a → flae_qua					a ²
a · a → flae_qua					a ²
MAIN	BDG EXAKT	FKT	5/30		

[B. 6.6]

Interpretation: Der Wert von flae_qua ist gleich dem Wert des Symbols a^2 .

☉ Drücke 6 $\boxed{\text{STO}}\blacktriangleright$ A $\boxed{\text{ENTER}}$.

Kommentar: Um diese Interpretation besser zu verstehen, fügen wir eine Wertzuweisung mittels $\boxed{\text{STO}}\blacktriangleright$ -Taste ein. Mit dem Drücken der letzten $\boxed{\text{ENTER}}$ -Taste erhält das Symbol a für alle Protokollzeilen, in denen a vorkommt, den symbolischen Wert 6. Wir sagen: a ist ein symbolischer Bezeichner für das Zahlsymbol 6.

☉ Drücke F L A E $\boxed{2\text{nd}}$ P Q U A $\boxed{\text{ENTER}}$.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Losch	
4 · m → 1					4 · m
5 · m → b					5 · m
1 · b → flae_re					2 · m ²
a					a
a · a → flae_qua					a ²
6 → a					6
flae_qua					36
flae_qua					36
MAIN	BDG EXAKT	FKT	7/30		

[B. 6.7]

Interpretation: Der aktuelle Wert des Bezeichners flae_qua ist 36 ($= a^2 = 6^2 = 36$).

Kommentar: Wir werten symbolisch die Gleichung $\text{flae_qua} = \text{flae_re}$ aus.

☉ Drücke $\boxed{2\text{nd}}$ \odot $\boxed{=}$ F L A E $\boxed{2\text{nd}}$ P R E $\boxed{\text{ENTER}}$.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Losch	
5 · m → b					5 · m
1 · b → flae_re					2 · m ²
a					a
a · a → flae_qua					a ²
6 → a					6
flae_qua					36
flae_qua = flae_re					36 = 2 · m ²
flae_qua = flae_re					36 = 2 · m ²
MAIN	BDG EXAKT	FKT	8/30		

[B. 6.8]

Interpretation: Aus der Gleichung $\text{flae_qua} = \text{flae_re}$ entsteht die Gleichung $36 = 2 \cdot m^2$.

Unsere Absicht ist mit dieser Auswertung nicht ganz aufgegangen. Die letzte Wertbelegung von a mittels $\boxed{\text{STO}}\blacktriangleright$ -Taste hat dies verhindert. Man spricht bei der Wertbelegung mittels $\boxed{\text{STO}}\blacktriangleright$ -Taste von einer globalen Variablenbelegung und möchte damit zum Ausdruck bringen, dass in allen Zeilen des Protokolls diese Art der Wertbelegung bei der Auswertung von Ausdrücken, in denen die betreffende Variable vorkommt, wirksam ist.

Wie kann ich das Symbol a wieder wertfrei machen, sodass nach Auswertung aus a wieder a wird?

☉ Drücke $\boxed{\text{F4}}$ \odot \odot \odot .

HOME/Andere/

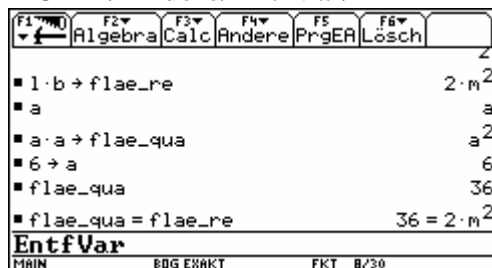


[B. 6.9]

In der Position 4 des Untermenüs Andere steht der Befehlsname EntfVar („Entferne Variable ...“).

☉ Drücke **ENTER**.

HOME/Andere/EntfVar/



[B. 6.10]

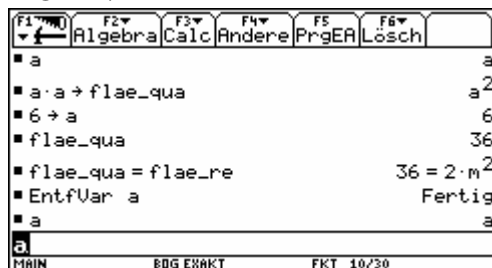
☉ Drücke A **ENTER**.



[B. 6.11]

☉ Drücke A **ENTER**.

HOME/



[B. 6.12]

Interpretation: Das Symbol a ist wieder wertfrei.

Kommentar: Wir markieren die Gleichung $flae_qua = flae_re$ im Protokoll.

☉ Drücke **↑ ↑ ↑ ↑ ↑**.



[B. 6.13]

Kommentar: Die markierte Gleichung wird kopiert und in die Schreibzeile eingebettet.

☉ Drücke **ENTER**.



[B. 6.14]

Kommentar: Wir werten die beiden Terme der Gleichung symbolisch aus.

☉ Drücke **ENTER**.

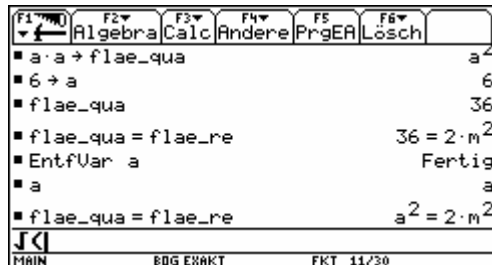


[B. 6.15]

Interpretation: Es entsteht die Gleichung $a^2 = 2m^2$ mit den wertfreien Symbolen a und m .

Kommentar: Wir wollen die Gleichung nach a auflösen.

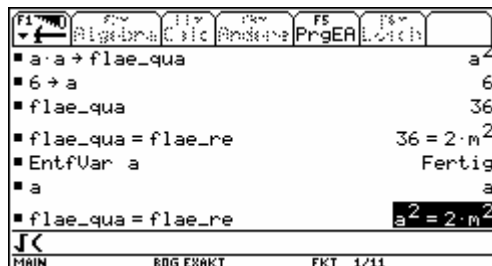
☉ Drücke [2nd] [x] für [√].



[B. 6.16]

Kommentar: Wir markieren mithilfe der Cursortaste (↑) die letzte Gleichung aus dem Protokoll.

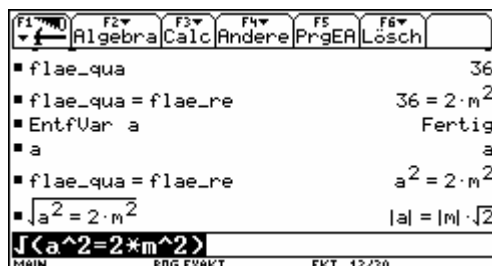
☉ Drücke (↑).



[B. 6.17]

☉ Drücke [ENTER] [)] [ENTER].

Kommentar: Wir fügen die markierte Gleichung aus dem Protokoll in die Schreibzeile, rechts von der sich öffnenden Klammer ein und schließen den Ausdruck wieder mit einer Klammer.



[B. 6.18]

Interpretation: Mit Auswertung des letzten Ausdrucks haben wir auf beiden Seiten der Gleichung jeweils die Quadratwurzel gebildet. Wir erhalten die äquivalente

$$|a| = |m| \cdot \sqrt{2}.$$

Wir wissen:

Der **absolute Betrag** einer Zahl x ist stets nicht negativ. Es wurde festgelegt:

$$|x| := \begin{cases} 1 \cdot x & \text{für } x \geq 0 \\ (-1) \cdot x & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

Beispiele:

a) $|3| = 1 \cdot 3 = 3$, denn $3 \geq 0$ wahr.

b) $|-11.8| = (-1) \cdot (-11.8) = 11.8$, denn $-11.8 < 0$ wahr.

c) $\left|\frac{0}{4}\right| = 1 \cdot 0 = 0$, denn $\frac{0}{4} \geq 0$ wahr.

d) $|a| := \begin{cases} 1 \cdot a & \text{für } a \geq 0 \\ (-1) \cdot a & \text{für } a < 0 \end{cases}$

e) $|m| := \begin{cases} 1 \cdot m & \text{für } m \geq 0 \\ (-1) \cdot m & \text{für } m < 0 \end{cases}$

Nach Vorgabe der Aufgabe gilt für a und m im Besonderen:

$$a > 0 \text{ und } m > 0.$$

Die einschränkende Bedingung kann für eine weitere symbolische Vereinfachung am Rechner genutzt werden, indem man die Gleichung durch Anfügen dieser Bedingungen ergänzt.

Wir erwarten insbesondere dann vom Rechner die Einhaltung der Vereinfachungen für:

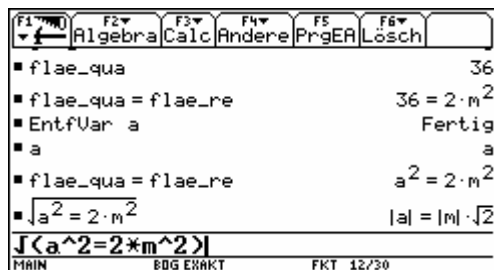
$$|a| = 1 \cdot a = a,$$

$$|m| = 1 \cdot m = m,$$

$$\text{denn } a > 0 \text{ und } m > 0.$$

Für das Anfügen einer derartigen symbolischen Und-Bedingung verwenden wir den so genannten Mit-Operator „|“.

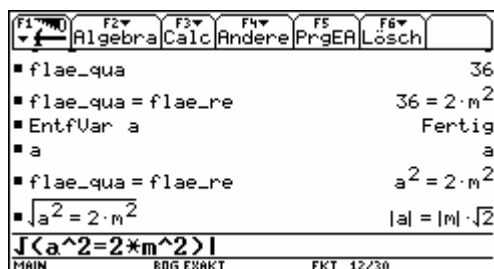
☉ Drücke \odot .



[B. 6.19]

Kommentar: Auf diese Art und Weise springt man mit dem Cursor an das rechte Ende der jeweiligen invertierten Eintragung.

☉ Drücke $\boxed{2nd}$ K für $[|]$ (Mit-Operator).



[B. 6.20]

☉ Drücke A $\boxed{2nd}$ $\boxed{\square}$ für $[>]$

0

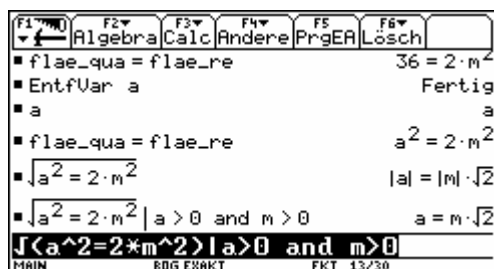
“Leertaste“

A N D

“Leertaste“

M $\boxed{2nd}$ $\boxed{\square}$ für $[>]$

0 \boxed{ENTER} .



[B. 6.21]

Interpretation: Unter der einschränken- den Bedingung, dass $a > 0$ und $m > 0$ gilt, ergibt sich nach symbolischer Auswertung die Gleichung $a = m \cdot \sqrt{2}$. Vergleichen wir die symbolischen Manipulationen mit der obigen Handrechnung, dann stellen wir fest:

Handrechnung (mit Semantik)	Symbolische Manipulation
$a = \sqrt{2} m^2$	$ a = m \cdot \sqrt{2}$
$a = \sqrt{2} \cdot \sqrt{m^2}$	$ a > 0$ und $m > 0$
$a = \sqrt{2} m$	$a = m \cdot \sqrt{2}$
$\approx 1.41m$	

In Anwendungsaufgaben, die man mittels Handrechnung löst, haben die Symbole stets eine Bedeutung. Gegebenenfalls können diese Bedeutungen zu gewissen numerischen Einschränkungen führen. Bei symbolischen Berechnungen manipuliert (statt rechnet) man allerdings nur mit wertfreien Symbolen. In einer bestimmten Notationsform müssen Einschränkungen dem Rechner explizit mitgeteilt werden. Beim Voyage™ 200 erfolgen derartige Einschränkungen mithilfe des Mit-Operators.

Das Rechnen mit exakten Zahlen ist eine reine Kopfarbeit. Das Manipulieren von Zahlsymbolen ist nicht dem Zahlenrechnen gleichzusetzen, wenn es auch dem sehr nahe kommt. Der Zusammenhang zwischen beiden Tätigkeiten wird in folgender Information deutlich.

Erster Einblick hinter die Kulissen: Von den Rechengesetzen simuliert der Rechner nur die darin enthaltenen Gleichungen in Form von Rechenbäumen.

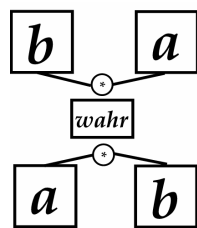
Die wichtigen Formulierungen aus den Rechengesetzen:

Für alle $a, b \in \mathbb{Q} \dots$,

Es gibt ein $a \in \mathbb{Q} \dots$

stoßen im Symbolrechner, Voyage™ 200, auf völliges „Unverständnis“ und werden ignoriert.

Schema eines Rechenbaumes:

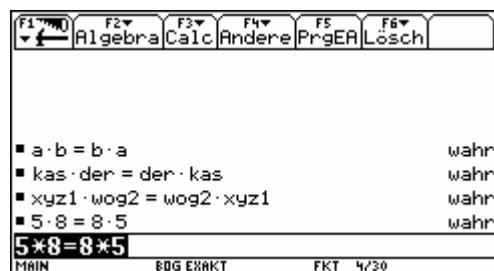


Nachgestelltes Kommutativgesetz der Multiplikation ohne Wertinhalt und ohne Grundbereichszuordnung.

[B. 6.22]

Wertfrei bedeutet: Im Rechenbaum können die Symbole a und b allein durch reine Kopfarbeit des Benutzers durch andere Symbole jederzeit ersetzt werden. Die Ausgabe soll dann immer „wahr“ sein. Ob es tatsächlich auch so ist, bleibt im Einzelfall offen.

Auch Gleichungen können symbolisch ausgewertet werden, doch Vorsicht bei der Interpretation.



[B. 6.23]



V200-INFO-6-2: Bei symbolischen Rechnungen manipuliert man stets nur mit wertfreien Symbolen. Zahlen sind Interpretationen von Zahlsymbolen.

Mehr darüber in den Abschnitten 9 und 12.

Nun wieder zurück zu unserer Rechteck-Quadrataufgabe aus Beispiel 6.1. In der letzten Handrechnung zur Berechnung des flächengleichen Quadrates wird am Schluss der reellen Zahl $\sqrt{2}$ der Näherungswert 1.41 in Form eines Dezimalbruchs zugewiesen.

Kann ich mit dem Voyage™ 200 numerische Näherungswerte in Form von endlichen Dezimalzahlen produzieren, so wie es mit einem einfachen Taschenrechner auch möglich ist?

Um symbolische Ausgaben in rationale Zahlen, speziell in Dezimalzahlen, rechnergestützt interpretieren zu können, gibt es bei allen Symbolrechnern so genannte Approximationsbefehle. Sie ordnen Symbolen für Zahlen rationale Zahlen in Form von endlichen Dezimalzahlen mit voreingestellter Genauigkeit zu.

Kommentar: Wir wollen, dass alle produzierten Dezimalzahlen jeweils 3 zuverlässige Ziffern aufweisen.

Wir wissen:

Jede **Ziffer** einer Zahl, die nach den Rundungsregeln mitgenommen wird, gilt als **zuverlässig**.

Beispiel:

$\pi \approx 3.14$ (3 zuverläss. Ziffern),

$\pi \approx 3.1416$ (5 zuverläss. Ziffern).

Wir wählen im MODE-Menü unter der Rubrik angez. Ziffern die Option H: FLIESS 3 aus.

☉ Drücke **[MODE]** **[F1]** **[↓]** **[↓]** **[→]**.

MODE/[F1]/angez. Ziffern/



[B. 6.24]

☉ Drücke $\odot \odot \odot$.



[B. 6.25]

☉ Drücke [ENTER].



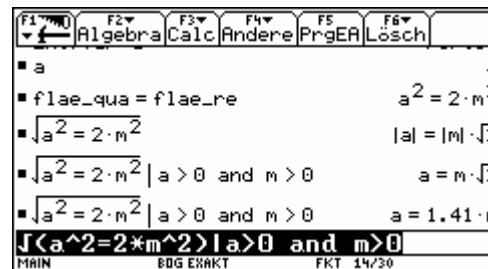
[B. 6.26]

☉ Drücke [ENTER].

☉ Drücke \blacklozenge [ENTER] für [APPROX \approx].

Kommentar: Die Zweitbelegungen der [ENTER]-Tasten sprechen die [APPROX \approx]-Funktion an. Dabei steht die Abkürzung [APPROX \approx] für Approximieren, was so viel wie Annähern bedeutet.

HOME/



[B. 6.27]

Interpretation: Die Seitenlänge a des flächengleichen Quadrates beträgt 1.41m.

6.2 Definier-Befehl

Auch hierbei belegen wir die Variablen global, verwenden aber anstelle der [STO►]-Taste den so genannten Definier-Befehl. Der Befehlsname steht an Position 1 im HOME/Andere-Menü.

Kommentar: Zuerst „löschen“ wir den gesamten Protokollbereich und sorgen zugleich dafür, dass aus allen benutzerdefinierten Variablen wertfreie Symbole werden. Diesen Vorgang nennen wir HOME-Bereinigung.

B9 HOME-Bereinigung

☉ Drücke \blacklozenge Q für [HOME].

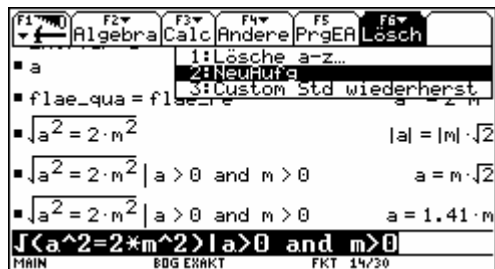
☉ Drücke [MODE] [F2] $\odot \odot \odot$ [2] [ENTER].

Kommentar: Wir befinden uns bereits im Hauptbildschirm ([2nd] Q für [HOME]). Der Ausgabemodus ist nach B8 im [MODE]-Menü auf EXAKT eingestellt.

☉ Drücke [F6] \odot .

Kommentar: Wir markieren im HOME/Lösch-Menü die zweite Option mit dem Kürzel NeuAufg.

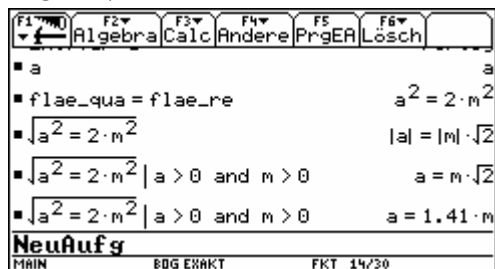
HOME/Lösch/



[B. 6.28]

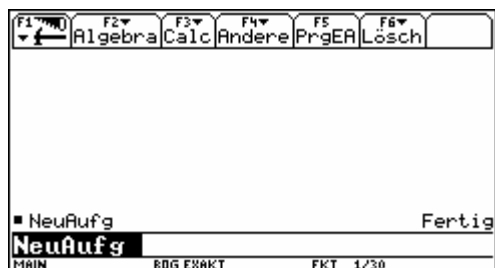
☉ Drücke **[ENTER]**.

HOME/



[B. 6.29]

☉ Drücke **[ENTER]**.



[B. 6.30]

Interpretation: Der Bildschirm ist von allen vorherigen Eintragungen gelöscht. Alle Symbole von a bis z sind wertfrei.

Kommentar: Wir wollen auch alle anderen Bezeichner, die aus mehr als einem Zeichen bestehen, wertfrei gestalten. Dazu schalten wir in das VAR-LINK-Menü.

☉ Drücke **[2nd] [-]** für [VAR-LINK].

VAR-LINK/



[B. 6.31]

☉ Drücke **[↓] [←]**.



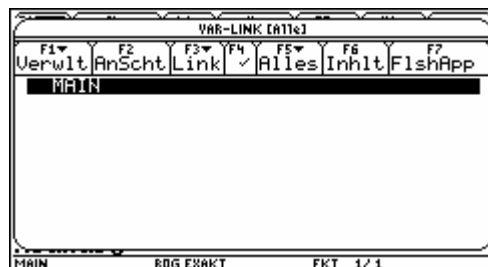
[B. 6.32]

☉ Drücke **[ENTER]**.



[B. 6.33]

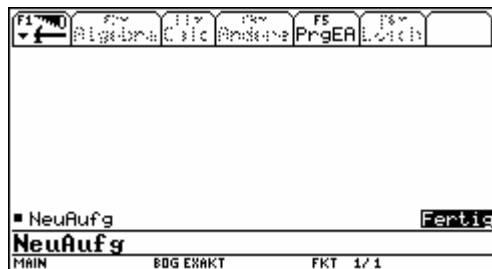
☉ Drücke **[↓] [←] [ENTER]**.



[B. 6.34]

☉ Drücke **[♦] Q** für [HOME].

HOME/



[B. 6.35]

Interpretation: Nun sind auch alle Wortsymbole, bestehend aus mehr als einem Zeichen, wertfrei.

Damit ist die HOME-Bereinigung abgeschlossen.

Kommentar: Wir setzen mit der globalen Wertbelegung fort. Wir öffnen im Hauptbildschirm das Untermenü Andere/.

☉ Drücke [F4].

HOME/Andere/

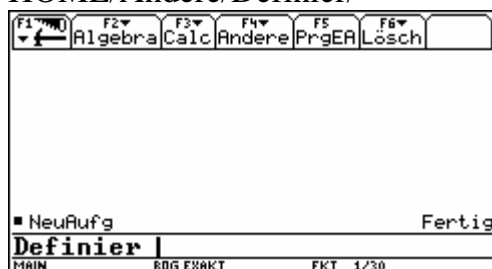


[B. 6.36]

Kommentar: In der Position 1 befindet sich der Befehl Definier.

☉ Drücke [ENTER].

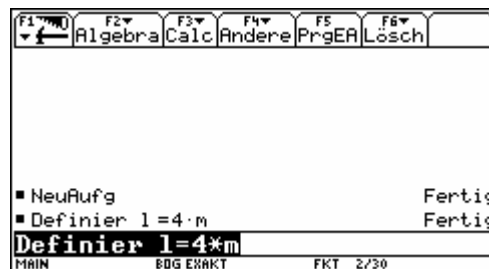
HOME/Andere/Definier/



[B. 6.37]

Kommentar: Nach dem Befehlsnamen folgt der Ausdruck $l = 4 \cdot m$. Das Gleichheitszeichen erhält mit Vorsetzung des Wortes Definier die Bedeutung eines Definitionszeichens. In Anlehnung an Lehrbuchnotationen können wir auf Papier schreiben $l := 4 \cdot m$.

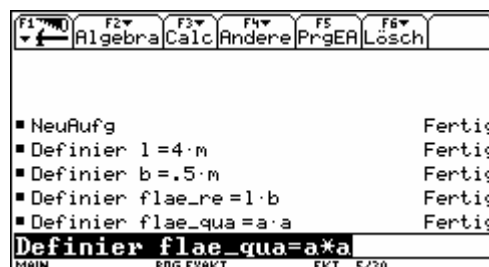
☉ Drücke L [=] 4 [x] M [ENTER].



[B. 6.38]

Interpretation: Das Symbol l bezeichnet in allen Zeilen dieses Protokolls den Wert von $4 \cdot m$.

Kommentar: Wir definieren die Bezeichner b , $flae_re$ und $flae_qua$.



[B. 6.39]

Interpretation: Mit den Definitionen

$$b := 0.5m$$

$$flae_re := l \cdot b$$

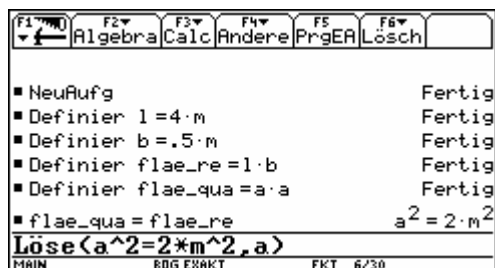
$$flae_qua := a \cdot a$$

stellen die Symbole b , $flae_re$, $flae_qua$ globale Bezeichner dar.

Kommentar: Wir geben die Gleichung $flae_qua = flae_re$ ein.

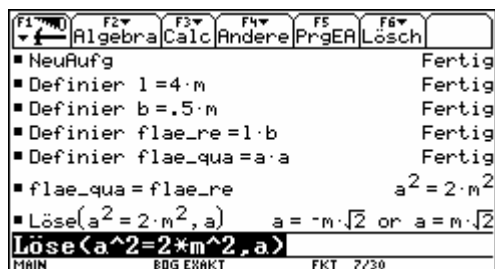
Kommentar: Gib dann das Symbol a ein, nach der die Gleichung aufgelöst werden soll. Schließe die Argumentenliste mit einer runden Klammer.

☉ Drücke A \square .



[B. 6.44]

☉ Drücke \square .



[B. 6.45]

Interpretation 1: Die Aussageform

$$a^2 = 2 \cdot m^2$$

ist zu der Aussageform

$$a = -m \cdot \sqrt{2} \text{ oder } a = m \cdot \sqrt{2}$$

in \mathbb{R} äquivalent.

Wir folgern die Lösungsmenge L in a :

$$L_a = \{-\sqrt{2} \cdot m \vee \sqrt{2} \cdot m\}.$$

Dabei steht m für die Einheit Meter.

Hinweis: Das mathematische Zeichen " \vee " steht für das Wort „oder“.

Wir wissen:

Eine **Lösungsmenge** ist die Menge aller Lösungen einer Gleichung oder Ungleichung.

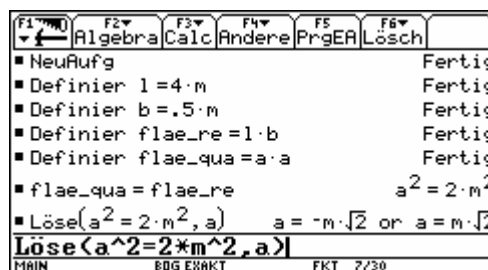
Beispiel: $L_1 := \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$, $L_2 := \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Wenn $x \in \mathbb{Q}$, dann hat die Gleichung $\frac{3}{5} \cdot x^2 = \frac{3}{20}$ als Lösungsmenge L_1 und nicht L_2 .

Wenn $x \in \mathbb{Q}_+$, dann hat die Gleichung $\frac{3}{5} \cdot x^2 = \frac{3}{20}$ als Lösungsmenge L_2 und nicht L_1 .

Um die Lösung der Anwendungsaufgabe zu finden, die eine Teillösung dieser symbolischen Lösung ist, müssen wir wieder eine Einschränkung vornehmen. Kommentar: Springe mit dem Cursor an das Ende des, in der Schreibzeile befindlichen, „Löse(“-Befehls:

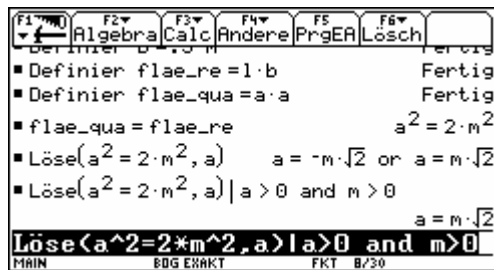
☉ Drücke \square .



[B. 6.46]

Kommentar: Füge mit dem Mit-Operator „|“ die bereits bekannte einschränkende Und-Bedingung $|a > 0 \text{ und } m > 0 \text{ an.}$

☉ Drücke \square K A \square 0 „Leertaste“
A N D
„Leertaste“
M \square 0 \square 0 \square .



[B. 6.47]

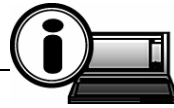
Interpretation 2: Die Aussageform $a^2 = 2 \cdot m^2$ ist in \mathbb{R} zu der Aussageform $a = m \cdot \sqrt{2}$ äquivalent, wenn man zusätzlich voraussetzt, dass für die Symbole a und m gilt: $a > 0$ und $m > 0$.

Welchen Vorteil bringt der Mit-Operator?

Vergleichen wir die Interpretationen zu den symbolischen Ausgaben der Bilder [B. 6.45] und [B. 6.47], so stellen wir im Aufbau der ausgegebenen symbolischen Notationen eine unterschiedliche Nähe zu den exakten Notationen der Handrechnung fest:

Interpretation 1:	Interpretation 2:
Die Aussageform $a^2 = 2 \cdot m^2$ ist in \mathbb{R} äquivalent zu der Aussageform $a = -m \cdot \sqrt{2}$ oder $a = m \cdot \sqrt{2}$.	Die Aussageform $a^2 = 2 \cdot m^2$ ist in \mathbb{R} äquivalent zu der Aussageform $a = m \cdot \sqrt{2}$, wenn man zusätzlich voraussetzt, dass $a > 0$ und $m > 0$ gilt.

Beide Interpretationen sind mathematisch zulässig. Entsprechend der Aufgabenstellung ist die zweite Ausgabe auf Grund der Verwendung des Mit-Operators für den Benutzer von besonderer Bedeutung, denn hier ist die zugehörige Interpretation 2 „näher“ am Inhalt der Handrechnung orientiert als die Interpretation 1.



V200-INFO-6-3: Der Aufbau symbolischer Notationen beeinflusst trotz der Wertfreiheit aller beteiligten Symbole maßgeblich den Inhalt der Interpretationen. Mithilfe des Mit-Operators kann in vielen Fällen eine Anlehnung an Notationen aus Handrechnungen erzielt werden.

Kurz: „Form bestimmt Inhalt.“

Beim Lösen von Anwendungsaufgaben wechseln sich im Ablauf von Handrechnungen mehrmals die Tätigkeiten Rechnen und Interpretieren ab und sind im Nachhinein gedanklich schwer voneinander zu trennen. Fast isoliert voneinander treten diese beiden Tätigkeiten bei einer rechnergestützten Lösung auf.

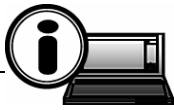


V200-INFO-6-4: Das Interpretieren von Rechnerausgaben ist eine eigenständige und notwendige Tätigkeit des Benutzers und kann durch nichts ersetzt werden.

Kurz: „Wer nicht interpretiert, findet auch keine Ergebnisse.“

6.3 Lokale Variablenbelegung mittels funktionaler Notation

Grundsätzlich gilt:



V200-INFO-6-5: Um unbeabsichtigte Wertzuweisungen für Symbole im Rechnerprotokoll zu vermeiden, sollte vorrangig die lokale Variablenbelegung gewählt werden. Bei der Festlegung von Bezeichnern für Funktionsterme sind globale Variablenbelegungen unumgänglich.

Kurz: „Besser lokal als global.“

Bei einer lokalen Variablenbelegung wirkt sich die Wertzuweisung nur auf jene lokalen Variablen aus, die in den betreffenden Befehlszeilen tatsächlich vorkommen.

Beispiel 6.2 (globale Belegung):

Der Bezeichner a wird global mit der Zahl 4 belegt.

Test 1: Termwerte in a berechnen;

Test 2: Wahrheitswert einer Gleichung in a bestimmen;

Test 3: „Löse“-Befehl mit zweitem Argument a realisieren.

HOME/

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
NeuAufg Fertig					
4 → a 4					
4 a 4					
a + 10 14					
2 · a 8					
a - 7 -3					
4 → a					
MAIN BDG EXAKT FKT 2/30					

[B. 6.48]

Test 1: Es werden verschiedene Terme in a symbolisch getestet.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
NeuAufg Fertig					
4 → a 4					
a 4					
a + 10 14					
2 · a 8					
a - 7 -3					
a - 7					
MAIN BDG EXAKT FKT 6/30					

[B. 6.49]

Interpretation: Die Termwerte der letzten 4 Zeilen verdeutlichen, welchen Wert das Symbol a angenommen hat, nämlich stets das Zahlsymbol 4.

Test 2: Wir geben die Gleichung $20 + a = 100$ ein und bestimmen deren symbolischen Wahrheitswert.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
NeuAufg Fertig					
4 → a 4					
a 4					
a + 10 14					
2 · a 8					
a - 7 -3					
20 + a = 100 falsch					
20 + a = 100					
MAIN BDG EXAKT FKT 7/30					

[B. 6.50]

Interpretation: Die Gleichung $20 + a = 100$ stellt mit $a := 4$ selbstverständlich eine falsche Aussage dar.

Test 3: Um die Gleichung $20 + a = 100$ nach a aufzulösen, realisieren wir einen Löse-Befehl.

HOME/Algebra/Löse(/

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
NeuAufg Fertig					
4 → a 4					
a 4					
a + 10 14					
2 · a 8					
a - 7 -3					
20 + a = 100 falsch					
Löse(20 + a = 100, a) a = 80					
Löse(20 + a = 100, a)					
MAIN BDG EXAKT FKT 8/30					

[B. 6.51]

Interpretation: In der letzten Zeile des Protokolls zeigt sich, dass die Variable a nicht bis zu ihrer eigentlichen Wertbelegung ausgewertet wird. Handelt es sich dabei tatsächlich um eine Aussageform?

HOME/

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
■ NeuAufg					
■ Definier f(a)=a					
■ a					
■ a + 10					
■ 2 · a					
■ a - 7					
■ 20 + a = 100					
■ Löse(20 + a = 100, a)					
■ a = 80					
■ a					
■ a					
MAIN					
BDG ERAKT 30 10/30					

[B. 6.52]

Interpretation: Die Gleichung $a = 80$ stellt eine falsche Aussage dar und ist folglich keine Aussageform. Die Variable a hat nach wie vor den Wert 4. Das symbolische Lösen mittels HOME/Algebra/Löse(-Befehl war somit nicht erfolgreich.

Beispiel 6.3 (lokale Belegung):

Es wird der symbolische Term $f(a)$ mit $f(a) := a$ global definiert. Das a ist dabei eine lokale Variable.

HOME/Andere/Definier/

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
■ NeuAufg					
■ Definier f(a)=a					
■ Definier f(a)=a					
MAIN					
BDG ERAKT FKT 2/30					

[B. 6.53]

Wir durchlaufen erneut die Tests 1 bis 3.

Test 1:

HOME/

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
■ NeuAufg					
■ Definier f(a)=a					
■ a					
■ a + 10					
■ 2 · a					
■ a - 7					
■ a - 7					
MAIN					
BDG ERAKT FKT 6/30					

[B. 6.54]

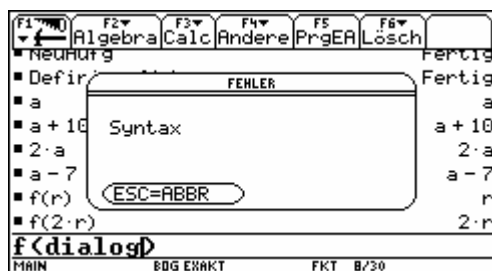
Interpretation: Alle TermAuswertungen der letzten 4 Protokollzeilen verdeutlichen, dass a ein wertfreies Symbol ist.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
■ NeuAufg					
■ Definier f(a)=a					
■ a					
■ a + 10					
■ 2 · a					
■ a - 7					
■ f(r)					
■ f(2 · r)					
MAIN					
BDG ERAKT FKT 8/30					

[B. 6.55]

Interpretation: Belegt man a durch ein anderes Symbol, zum Beispiel durch r , dann erfolgt eine symbolische Auswertung mit entsprechender symbolischer Namensänderung für die lokalen Variablen, die jeweils nach f unmittelbar folgen und eingeklammert sind.

Reservierte Variablenamen: Nicht alle Namen für Variablen können vom Benutzer verwendet werden. Zum Beispiel ist das Wort „dialog“ ein so genannter reservierter Name. Reservierte Namen sind Bezeichner mit einer festen Bedeutung. Sie können vom Benutzer nicht neu belegt werden. In diesem Sinne sind auch alle Zahlsymbole reservierte Symbolnamen.



[B. 6.56]

Einen Gesamtüberblick über alle reservierten Namen von Befehlen im Voyage™ 200 finden wir in alphabetischer Reihenfolge im CATALOG-Menü (siehe auch Wörterbuch im Anhang).

- Drücke **2nd** **2** für [CATALOG].

CATALOG/A/



[B. 6.57]

- Drücke **↓** oder einen Buchstaben, zum Beispiel den Buchstaben S.

CATALOG/S/



[B. 6.58]

Interpretation: Alle reservierten Namen, die mit S beginnen, werden aufgelistet. Wir testen mit dem Namen „Sende“.

- Drücke **ESC** **CLEAR** und gib ein $f(\text{sende})$ **ENTER**.

HOME/

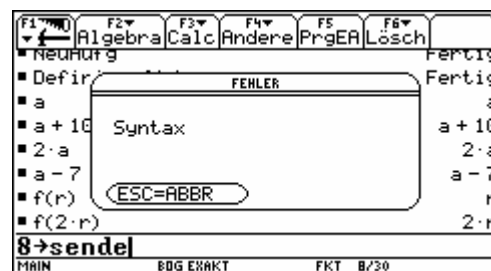


[B. 6.59]

Interpretation: Dieser Name steht dem Benutzer für lokale Variablenbelegungen nicht zur Verfügung. Auch die globale Variablenbelegung ist von dieser Regelung betroffen.

- Drücke **ESC** **CLEAR** **CLEAR**.

- Drücke 8 **STO>** **S E N D E** **ENTER**.

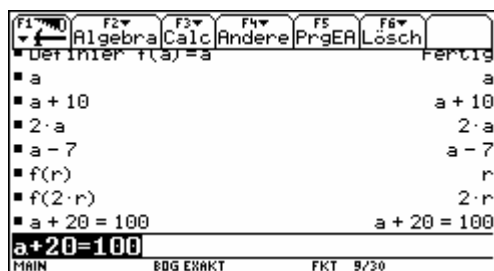


[B. 6.60]



V200-INFO-6-6: Sieht man von reservierten Namen ab, so spielt der Variablenname bei globaler (lokaler) Belegung eine (keine) wesentliche Rolle.

Test 2: Wir geben die Gleichung $a + 20 = 100$ ein, die wir nach a auflösen werden.

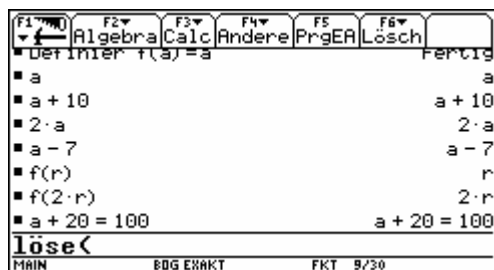


[B. 6.61]

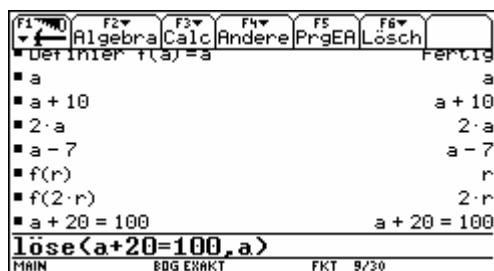
Man kann auch alle reservierten Befehlsnamen direkt über die Tastatur eingeben, so auch den bereits bekannten HOME/Algebra/Löse(-Befehl. Für Umlaute drücke:

ä	[2nd] U A
ö	[2nd] U O
ü	[2nd] U U

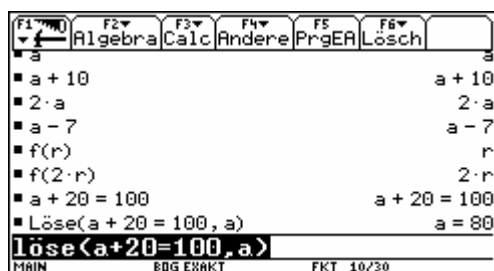
☉ Drücke L [2nd] U O S E [].



[B. 6.62]

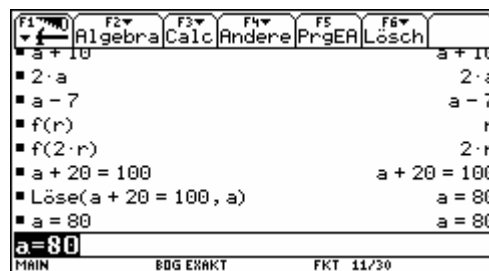


[B. 6.63]



[B. 6.64]

Kommentar: Wir werten die Gleichung $a = 80$ symbolisch aus.



[B. 6.65]

Interpretation: Da kein Wahrheitswert ausgegeben wurde, hat diesmal der „Löse“-Befehl tatsächlich eine Aussageform geliefert.

Wie soll man am besten vorgehen, wenn man die Syntax eines Befehls vergessen hat?

In unserem Fall wollen wir mal so tun, als kennen wir den reservierten Namen für jenen Befehl, der eine Gleichung nach einem Symbol auflöst („Löse“), haben aber zugleich die entsprechende Syntax vergessen. Im CATALOG-Menü gibt es eine Syntaxhilfe.

Hinweis: Unsere Tastenfolgen führen nur mit deutschem Sprachmodul zum Ziel.

☉ Drücke [2nd] [2] für [CATALOG].

☉ Drücke L.

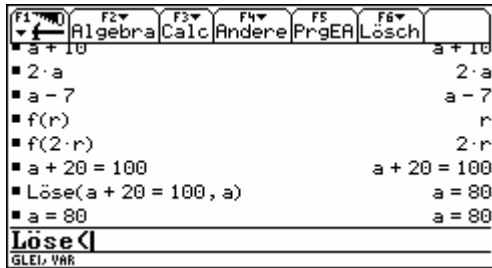
☉ Drücke (19-mal) [].

HOME/CATALOG/L/



[B. 6.66]

☉ Drücke **[ENTER]**.



[B. 6.67]

Kommentar: Betrachten Sie jetzt die Angaben in der Statuszeile.

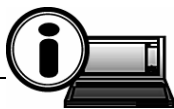


Statuszeile
mit Syntaxhilfe

[B. 6.68]

Interpretation der Statuszeile: Die Syntax des ausgewählten Befehls „Löse(“ lautet:

Löse(GLEIchung, VARiable).
GLEIchung: $20 + a = 100$
VARiable: a .



V200-INFO-6-7: Beim Voyage™ 200 können alle Namen, ob reserviert oder nicht, direkt über die Tastatur eingegeben werden. Syntaxfragen können zum Teil mithilfe des CATALOG-Menüs beantwortet werden.

Wie kann ich eine Formel abspeichern und bei Bedarf wieder aufrufen?

Um diese Frage exemplarisch zu beantworten, demonstrieren wir am Beispiel unserer Rechteck-Quadrataufgabe aus Beispiel 6.1, wie man sich die funktionale Notation zum sinnvollen Um-

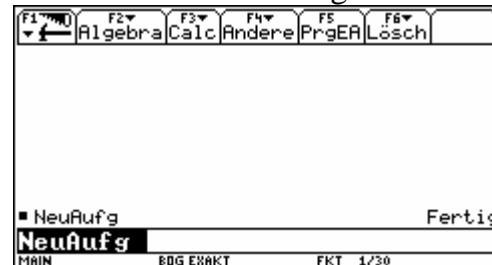
gang mit Formeln zunutze machen kann.

Kommentar: Lösche im VAR-LINK-Menü mithilfe der Rücktaste **[←]** alle Wortvariablen.

☉ Drücke **[♦] Q** für [HOME].

Wir beginnen im Hauptbildschirm eine „neue Rechneraufgabe“, indem wir nach B9 eine HOME-Bereinigung vornehmen.

HOME/Lösch/NeuAufg/



[B. 6.69]

Kommentar: Definiere mittels HOME/Andere/Definier-Befehl die zwei Terme $l \cdot b$ und $a \cdot a$ durch

$$flae_re(l, b) := l \cdot b$$

$$flae_qua(a) := a \cdot a$$

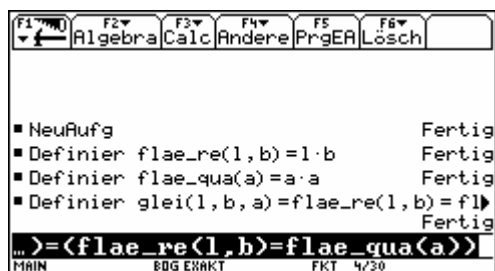
in funktionaler Notation.

HOME/Andere/Definier/



[B. 6.70]

Kommentar: Definiere $glei(l, b, a) := (flae_re(l, b) = flae_qua(a))$.



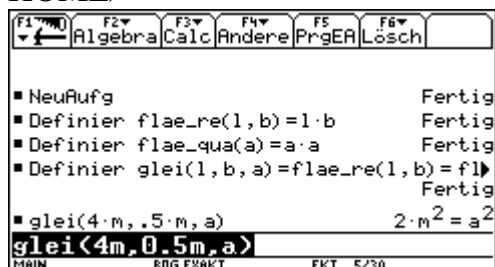
[B. 6.71]

Kommentar: Belege die Aussageform $glei(l,b,a)$ in l und b lokal:

$$glei(4m, 0.5m, a).$$

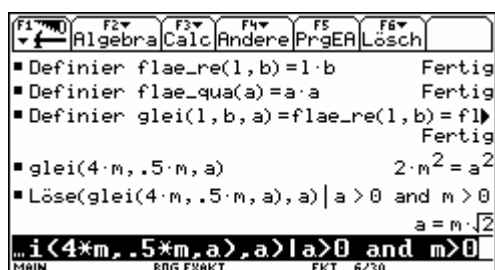
Das dritte Argument bleibt wertfrei.

HOME/



[B. 6.72]

Kommentar: Löse die Aussageform $glei(4m, 0.5m, a)$ mittels HOME/Algebra/Löse(-Befehl unter der Bedingung $a > 0$ und $m > 0$ symbolisch nach a auf.



[B. 6.73]

Interpretation: Die Aussageform $a^2 = 2 \cdot m^2$ ist in \mathbb{R} äquivalent zu der Aussageform $a = m \cdot \sqrt{2}$, wenn man zusätzlich voraussetzt, dass $a > 0$ und $m > 0$ gilt.

Zum Abschluss dieses Abschnittes beantworten wir kompakt folgende Fragen:

- Was sind CAS-Befehle und wozu dienen sie?
- Was versteht man unter der Syntax eines Befehls?



V200-INFO-6-8: Jeder Befehl ist eine elementare Anweisung eines Programmes bzw. eines Systems. CAS-Befehle liefern bei Einhaltung der Syntax symbolische Ausgaben. Die Syntax eines Befehls ist die Vorschrift für den Belegungsaufbau. Jede Realisation eines CAS-Befehls führt zu einer Wertausgabe.

Bemerkung: Es gibt im Voyage™ 200 neben CAS-Befehlen auch numerische Befehle. Diese generieren stets nur approximative Ausgaben. Dabei spielt es keine Rolle, welcher Ausgabemodus im MODE-Menü gewählt wurde.

Beispiel 6.4:

HOME/Algebra/



[B. 6.74]

Kommentar: Der HOME/Algebra/aprox(-Befehl ermöglicht es, einen Ausdruck mit Zahlsymbolen in einen Ausdruck mit endlich vielen Dezimalzahlen zu verwandeln. Dabei entstehen ratio-

nale Näherungswerte. Die Auswertung erfolgt mit der voreingestellten Genauigkeit aus dem MODE-Menü.

HOME/Algebra/approx(/

F1	F2	F3	F4	F5	F6	
Algebra	Calc	Andere	PrgrEA	Lösch		
NeuAufg						Fertig
■ $\sqrt{2} \rightarrow a$						$\sqrt{2}$
■ $501 \rightarrow b$						501
■ $x^2 = \sqrt{6} \rightarrow c$						$x^2 = \sqrt{6}$
■ approx(a)						1.41421
■ approx(b)						501.
■ approx(c)						$x^2 = 2.44949$
■ approx(c)						
MAIN	BDG ERKLT		FKT	7/30		

[B. 6.75]

7 Dokumentationsführung

Wir wissen aus dem Mathematikunterricht, dass die Dokumentation eines jeden Lösungsweges allgemeinen Qualitätsansprüchen, wie zum Beispiel:

- Sichtbarmachen aller wichtigen Überlegungen in folgerichtigen Teilschritten,
- Anfügen einer Variablenlegende,
- Dokumentieren des Einsatzes von Rechenhilfsmitteln,
- Dokumentieren der verwendeten Literaturquellen

genügen muss.

Die Arbeit mit dem Rechner wird meistens dann interessant, wenn man an einer schnellen Darstellung von numerischen oder symbolischen Ausgaben interessiert ist und dabei im Nachhinein gewisse Änderungen im Rechenablauf herbeiführen möchte, die insbesondere durch „neue“ Variablenbelegungen entstehen.

Wie dokumentiert man die eigene Rechnerarbeit am besten (Standard), sodass die notierten Lösungsschritte für jeden und zu jeder Zeit am Rechner nachvollziehbar sind?

Beispiel 7.1:

Taxifahrer berechnen den Fahrpreis aus zwei Teilen. Der eine Teil ist ein fester Anteil vom gesamten Fahrpreis, der so genannte Grundpreis g und der zweite Teil ist ein veränderlicher Anteil vom Ganzen, der Kilometerpreis p_k . Er gibt an, welchen Geldbetrag man pro Kilometer bezahlt.

Der Grundpreis g sei 2.20 € und der Kilometerpreis p_k betrage $1.10 \frac{\text{€}}{\text{km}}$.

- Wie weit kann man fahren, wenn man 35.00 € ausgeben kann?
- Zwei Studenten teilen sich eine Taxifahrt. Maik steigt nach den ersten 12 Kilometern aus und Sascha fährt noch weiter. Sascha bezahlt am Ende seiner Fahrt erst einmal den Gesamtbetrag von 20.90 €. Am nächsten Tag zahlt Maik an Sascha seinen Anteil an den Fahrtkosten. Wie berechnen sich die anteiligen Fahrpreise beider Studenten bei gerechter Kilometeraufteilung?

Wir überlegen uns zuerst, welche Größen gesucht und welche gegeben sind. Handschriftlich führen wir auf dem Papier nützliche Bezeichner ein und achten dabei auf die korrekte Mitnahme der entsprechenden Einheiten.

Ges.: a) Fahrweg s in km
b) Preis p_M für Maik in €
Preis p_S für Sascha in €

Geg.: Grundpreis $g := 2.20$ €
Kilometerpreis
 $p_k := 1.10 \frac{\text{€}}{\text{km}}$
Geldbetrag $b_1 := 35.00$ €
Teilweg $s_M := 12$ km von Maik
Geldbetrag $b_2 := 20.90$ €

Wir fragen gezielt nach funktionalen Zusammenhängen zwischen den gesuchten und gegebenen Größen. Dazu analysieren wir Teile des Aufgabentextes und benutzen funktionale Schreibweisen. Wir erkennen:

- (I) Je länger der Fahrweg s ist, desto höher ist der variable Fahrpreis p .
 $s \uparrow \Rightarrow p \uparrow$.
- (II) Jeder Fahrweg s hat den gleichen Grundpreis g .
 $g(s) : s \uparrow \downarrow \Rightarrow g = \text{const.}$
- (III) Der gesamte Fahrpreis $p_{\text{ges}}(s)$ wird festgelegt durch
 $p_{\text{ges}}(s) := p(s) + g(s)$.
- (IV) Die Angabe $p_k = 1.10 \frac{\text{€}}{\text{km}}$ bedeutet: Für jeden gefahrenen Kilometer zahlt man dem Taxifahrer einen Fahrpreis von $p = 1.10 \text{ €}$. Somit ergibt sich eine proportional aufgebaute Zuordnungstabelle mit p_k als Proportionalitätsfaktor.
Wir schreiben: $s \sim p$ („ s proportional zu p “).

s in km	1	2	3
p in €	1.10	2.20	3.30

Mit $p_k = \text{const}$ gilt: $p = p_k \cdot s$.

Wir folgern nach (II) und (III):

s in km	1	2	3
p in €	1.10	2.20	3.30
g in €	2.20	2.20	2.20
$p_{\text{ges}}(s)$ in €	3.30	4.40	5.50

Wir verallgemeinern: Die Einträge aus der 4. Zeile der Tabelle sind aus den Größen s, p_k, g nach einer erkennbaren Vorschrift berechenbar. Die Größe p ist dabei eine Zwischengröße. Die Funktion f vermittelt mit f als eindeutige Zuordnung zwischen dem Argumententripel (s, p_k, g) und dem Funktionswert $p_{\text{ges}} : f : (s, p_k, g) \rightarrow p_{\text{ges}}$. Es gilt für den Funktionsterm die Vorschrift: $f(s, p_k, g) := s \cdot p_k + g$.

Grundbereiche für die Maßzahlen:
 $s, p_k, g \in \mathbb{R}_+$.

Betrachtet man die Größen p_k und g als Konstanten und lässt nur s als einzige Größe variabel „laufen“, dann beschreibt f im Speziellen eine lineare Funktion mit $f : s \rightarrow p_{\text{ges}}(s)$.

Wir bereinigen den Hauptbildschirm nach B9 (HOME-Bereinigung).

HOME/



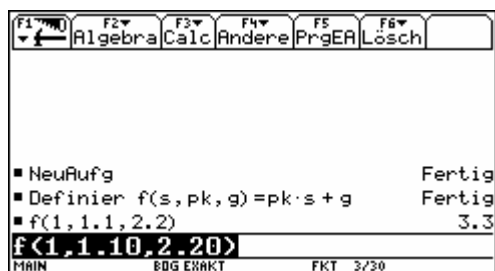
[B. 7.1]

Kommentar: Wir testen den Funktionsterm für $f(1, 1.10, 2.20)$ und werten ihn approximativ aus.

Approximative Auswertung:

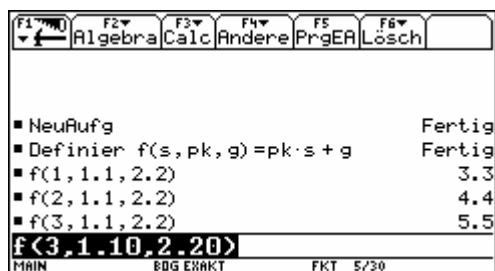
♦ [ENTER]
[APPROX ≈]

Rechnergestützte Interpretation eines Zahlsymbols in einen Dezimalbruch als Näherungswert.



[B. 7.2]

Ebenso verfahren wir mit $f(2, 1.10, 2.20)$ und $f(3, 1.10, 2.20)$.



[B. 7.3]

Interpretation: Die letzten drei ausgegebenen Dezimalzahlen stimmen mit den Maßzahlen der Tabelle überein. Wir veranschaulichen die lineare Funktion f in Abhängigkeit von s durch einen Funktionsgraphen und eine Wertetabelle.

☉ Drücke **[MODE]**.

Kommentar: Für die grafische und tabellarische Auswertung sollte im MODE-Menü hinter der Rubrik Graph bereits die Option 1:FUNKTION ausgewählt sein.

MODE/[F1]/Graph/



[B. 7.4]

Wenn nicht, dann ...

☉ Drücke **[MODE]** **[F1]** **[→]** **1** **[ENTER]**.

Um den Term von f zeichnen zu lassen, wechseln wir in den Y=Editor/.

☉ Drücke **[♦]** **W** für **[Y=]**.

Hier hinterlegen wir unseren grafischen Term. Als einzigste unabhängige Variable kann hier nur das Zeichen x (x statt s) verwendet werden. Der grafische Term wird dann unter dem reservierten Namen y_1 gespeichert.

☉ Drücke $f(x, 1.10, 2.20)$ **[ENTER]**.

Y=Editor/



[B. 7.5]

Hinweis: Das kleine Häkchen \checkmark links vom y_n -Bezeichner signalisiert: Der Rechner unterstützt die numerische Auswertung des im Y=Editor eingetragenen Terms. Es kann mit der **[F4]**-Taste ein- und ausgeschaltet werden.

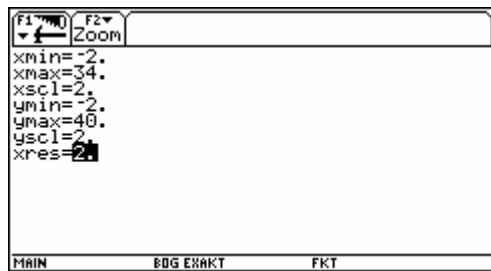
Interpretation:

Maßzahl	Größe	Einheit
x	Weg s	km
1.1	Fahrpreis p_k	€
2.2	Grundpreis g	€

☉ Drücke **[♦]** **E** für **[WINDOW]**.

☉ Drücke **[(-)]** **2** **[ENTER]** **34** **[ENTER]** **2** **[ENTER]** **[(-)]** **2** **[ENTER]** **40** **[ENTER]** **2** **[ENTER]** **2** **[ENTER]**.

WINDOW/

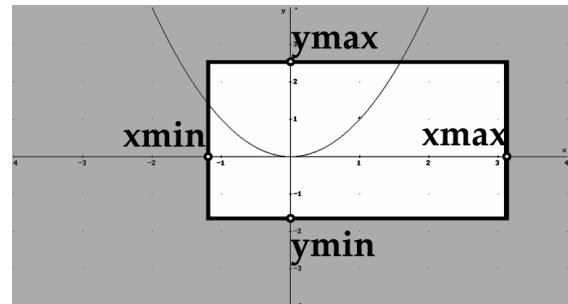


[B. 7.6]

Interpretation: Der Graf wird in einem Fensterausschnitt eines rechtwinkligen, nichtkartesischen Koordinatensystems projiziert. Dabei sind durch den Benutzer im WINDOW-Menü einige Festlegungen getroffen worden.

xmin:	-2	Linker Fensterrandwert
xmax:	34	Rechter Fensterrandwert
xscl:	2	Maßzahl für den Skalierungsabstand in horizontaler Achsenrichtung
ymin:	-2	Unterer Fensterrandwert
ymax:	40	Oberer Fensterrandwert
yscl:	2	Maßzahl für den Skalierungsabstand in vertikaler Achsenrichtung
xres:	2	Jedes zweite Pixel wird gezeichnet.

Allgemein wird mit den vier Werten: xmin, xmax, ymin und ymax das zu betrachtende Fenster in seinen äußeren Begrenzungen (Fensterrandwerte) festgelegt.

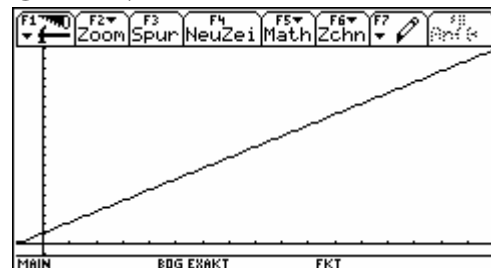


[B. 7.7]

Kommentar: Mit diesen Einstellungen können wir nun den Grafen von f auf dem Bildschirm zeichnen lassen.

☉ Drücke \blacklozenge R für [GRAPH].

GRAPH/



[B. 7.8]

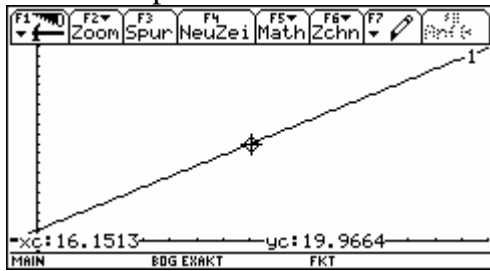
Interpretation: Im ersten Quadranten des rechtwinkligen Koordinatensystems sehen wir einen Ausschnitt des Grafen, eine steigende Gerade. Dabei wird jeder Wegangabe x in Kilometer genau ein Gesamtpreis y in Euro zugeordnet. Jedem Gesamtpreis y in Euro wird genau ein Weg x in Kilometer zugeordnet.

Welche Koordinaten haben die Punkte des Grafen?

☉ Drücke $\boxed{F3}$ für [Spur].

☉ Drücke $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$.

GRAPH/Spur/



[B. 7.9]

Interpretation: Mit der GRAPH-Spur-Funktion haben wir einen Punkt des Grafen von f markiert und gescannt. Seine Koordinaten werden durch Näherungswerte unten angezeigt: $xc = 16.1513$, $yc = 19.9664$.

Einen Grafenpunkt mit der GRAPH-Spur-Funktion scannen bedeutet, dass man ihm Zahlen eindeutig zuordnet, welche seine Koordinaten im Koordinatensystem darstellen.

Durch entsprechende Interaktionen, direkt am Grafen, lösen wir die Teilaufgabe a) rechnergestützt.

Frage: Wie weit kann man fahren, wenn man 35.00 € ausgeben kann. Gegeben ist ein Gesamtpreis $y = 35$ in €. Gesucht ist x , der zugehörige Weg (s) in km.

Funktion $f: x \rightarrow y$	
x (gesucht)	y (gegeben)
Weg s in km	Gesamtpreis p_{ges} in €

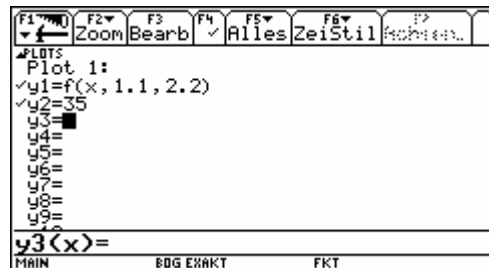
Kommentar: Wir ändern unsere Rechneranwendung ein wenig ab, indem wir im Y=Editor einen neuen Term hinzufügen, dessen Graf als Hilfsgraf dient. Wir speichern unter dem reservierten Bezeichner y_2 die Zahl 35 ab.

$$y_2 := 35.$$

☉ Drücke \blacklozenge W für $[Y=]$.

☉ Drücke 35 $\boxed{\text{ENTER}}$.

Y=Editor/

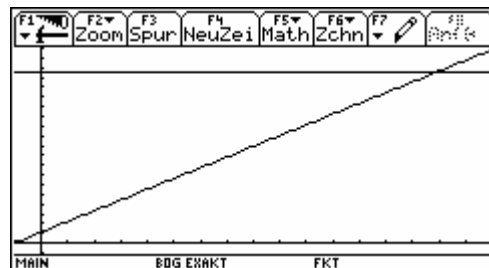


[B. 7.10]

Kommentar: Nun lassen wir, bei gleichen WINDOW-Werten, beide Grafen nacheinander zeichnen.

☉ Drücke \blacklozenge R für $[GRAPH]$.

GRAPH/



[B. 7.11]

Interpretation: Der zweite Graf stellt in diesem Koordinatensystem ebenfalls eine lineare Funktion dar. Diese Funktion ordnet jedem Weg $x (=s)$ in km ein und denselben Gesamtpreis $y (=p_{ges})$ zu: $y=35$ (in €) (konstante Funktion).

Wir interessieren uns nun für jene x -Stelle der ersten Funktion, bei der der Funktionswert gleich dem Funktionswert der zweiten Funktion ist. Dabei fällt uns auf, dass beide Grafen sich augenscheinlich in einem Punkt schneiden. Wir wollen die Koordinaten des Schnittpunktes bestimmen:

$$p_{ges}(s) = 35,$$

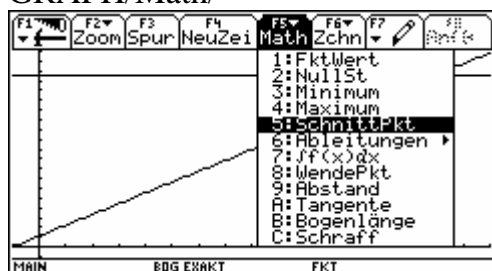
$$x = s = ?$$

Kommentar: Im GRAPH/Math-Menü gibt es ein Werkzeug, mit dem Kürzel:

SchnittPkt.

☉ Drücke **[F5]** ☉ ☉ ☉ ☉.

GRAPH/Math/



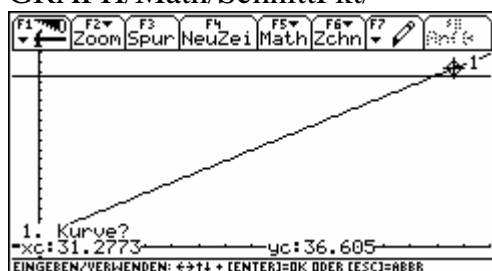
[B. 7.12]

☉ Drücke **[ENTER]**.

Kommentar: Um mit diesem Werkzeug die gesuchten Koordinaten näherungsweise bestimmen zu können, benötigt der Rechner als erstes die Antwort auf die Frage:

Welche der gezeichneten Grafen (Kurven) sollen zum Schnitt geführt werden?

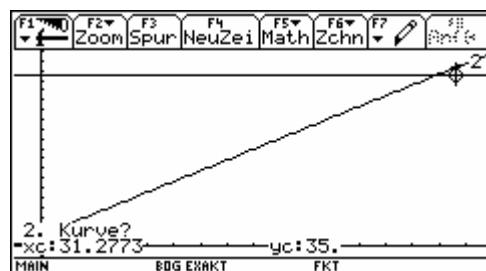
GRAPH/Math/SchnittPkt/



[B. 7.13]

Kommentar: Wir bestätigen mit **[ENTER]**. Als erste Kurve ist jener Graf gemeint, der aus y_1 entsteht.

☉ Drücke **[ENTER]**.



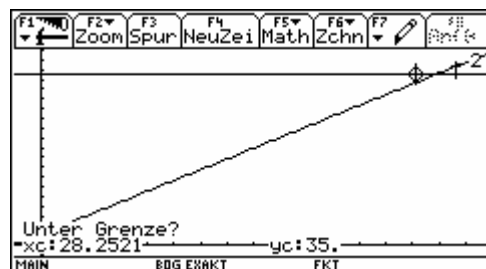
[B. 7.14]

Kommentar: Wir bestätigen die Kurve 2 mit **[ENTER]**.

☉ Drücke **[ENTER]**.

Kommentar: Der Rechner muss auch die Information erhalten, in welchem Intervall man den Schnittpunkt vermutet. Von diesen Intervallangaben erwartet der Rechner eine untere und eine obere Grenze. Zwischen beiden Grenzen soll der Schnittpunkt liegen. (Cursorpositionen mit den Tasten ☉/☉ entsprechend auswählen)

☉ Drücke ☉ (10-mal) **[ENTER]**.

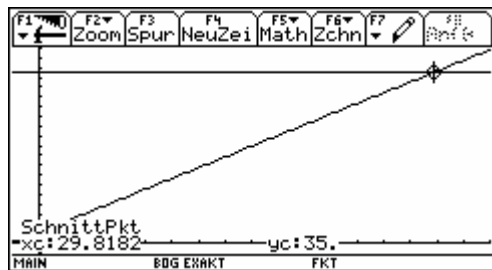


[B. 7.15]

Kommentar: Geben Sie auch eine (nahe) obere Grenze für die Schnittstelle an.

☉ Drücke ☉ (10-mal) **[ENTER]**.

Kommentar: Wenn auch eine obere Grenze ausgewählt und bestätigt wurde, sucht der Rechner in diesem Intervall den Schnittpunkt und gibt die Koordinaten als Näherungswerte unten aus.



[B. 7.16]

Interpretation: Für 35 € kann man mit dem Taxi 29.8 km fahren.

Bevor wir Teilaufgabe b) lösen, analysieren wir den Lösungsweg zu a) und betrachten die Anweisungen mit den zugehörigen Rechnerabbildungen, die uns Schritt für Schritt zur Lösung führten.

Was ist für die Dokumentation wichtig? Auf welche Rechnerdarstellungen kann man möglicherweise verzichten?

Bei der Teilaufgabe a) ist vor allem die letzte Bildschirmdarstellung [B. 7.16] wichtig gewesen, denn aus ihr konnten wir das Ergebnis der Aufgabe durch Interpretieren der approximierten Ausgaben ermitteln. Die Bildschirmüberschrift „GRAPH/Math/SchnittPkt/“ zum Bild [B. 7.13] überträgt sich auf die Bilder [B. 7.14] bis [B. 7.16] und lieferte uns die Informationen zu den Fragen:

In welchem Untermenü und mit welcher Option haben wir die Ausgabe $xc = 29.8182$, $yc = 35$ erzeugen können?

Setzt man die Kenntnisse und Fertigkeiten voraus, wie man das Werkzeug SchnittPkt aus dem GRAPH/Math-Menü anwendet, so ist es sinnvoll, die entsprechenden Tastenfolgen und die Bilder [B. 7.13] bis [B. 7.15] wegzulas-

sen. Auf keinen Fall darf die Interpretation zum Bild [B. 7.16] fehlen. Wird für den Leser allerdings das Werkzeug zum ersten Mal vorgestellt, dann sollte verständlicherweise auf die ausführliche Darstellung nicht verzichtet werden. Es lassen sich einige Tastenfolgen auf ein Minimum reduzieren, um so Wiederholungen zu vermeiden.

Ebenso relevant für das Erzeugen des Bildschirmes [B. 7.16] sind die Darstellungen in den Bildern [B. 7.1], [B. 7.4], [B. 7.6] und [B. 7.10]. Darin werden u.a. Festlegungen für einen symbolischen Term und wichtige Einstellungen im MODE- und WINDOW-Menü vorgenommen. Ebenso werden die notwendigen Eintragungen für Grafikterme im Y-Editor vorgestellt. Die Anwendung des Werkzeuges SchnittPkt beginnt im Bild [B. 7.12]. Nicht nur die genannten Bildschirmdarstellungen sind von Bedeutung, sondern auch die dazugehörigen Bildüberschriften, die mit ihren Informationen das menügerechte Navigieren wesentlich erleichtern. Überzeugen wir uns von der Auswahl an Rechnerabbildungen und Bildüberschriften, unter der Voraussetzung, wir kennen uns mit der Option GRAPH/Math/SchnittPkt/ hinreichend gut aus.

Kommentar: Zuerst wird mit dem Befehl HOME/Lösch/NeuAufg nach B9 für den Hauptbildschirm eine HOME-Bereinigung vorgenommen und anschließend der symbolische Term $p_k \cdot s + g$ unter dem symbolischen Namen $f(s, p_k, g)$ global definiert.

Die drei Symbole s, p_k, g können lokal belegt werden.

HOME/



[B. 7.17]

Kommentar: Im MODE-Menü wird auf Seite 1 in der Rubrik Graph der Modus FUNKTION ausgewählt. Damit ist es möglich, nahezu kontinuierliche Grafen zeichnen zu können.

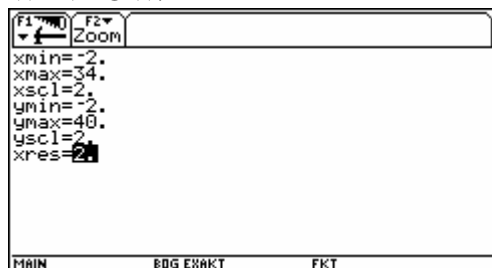
MODE/[F1]/Graph/



[B. 7.18]

Kommentar: Zusätzlich zu den Fenster-randwerten werden im WINDOW-Menü die Skalierungsabstände für die beiden Koordinatenachsen als auch die Standardpixeleinstellungen für die Grafen festgelegt.

WINDOW/



[B. 7.19]

Kommentar: Im Y-Editor tragen wir hinter y1 und y2 die Grafikterme

$$f(x, 1.1, 2.2) \text{ und } 35$$

Argumentenliste

ein. Dabei ist für die Argumentenliste von f zu beachten, dass anstelle des Bezeichners s der Bezeichner x zu wählen ist. Für x gilt laut Fensterrandwerten im WINDOW-Menü:

$$x \in \left[\begin{matrix} -2, & 34 \\ x_{\min} & x_{\max} \end{matrix} \right] \subseteq \mathbb{Q}$$

(Zeichenbereich).

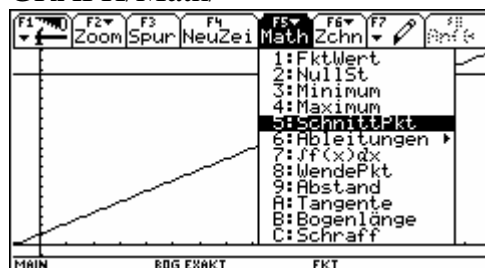
Y=Editor/



[B. 7.20]

Kommentar: Im GRAPH-Menü lassen wir die Grafen beider Terme im definierten Fenster zeichnen und wir wenden auf die Schnittstelle im ersten Quadranten das Werkzeug GRAPH/Math/SchnittPkt an.

GRAPH/Math/



[B. 7.21]

Kommentar: Wir überspringen an dieser Stelle alle notwendigen Zwischenschritte zur Ausführung dieses Werkzeuges und zeigen nur noch jenen Bildschirm, der die Schnittpunktkoordinaten liefert (siehe Bilder [B. 7.13] bis [B. 7.15]).

8 Umgang mit CAS-Rechnern

Um konkrete Aufgaben rechnergestützt lösen zu können, muss der Mathematikbetreibende, der das Hilfsmittel (Werkzeug) CAS-Rechner benutzen möchte, eine Reihe von Kenntnissen, Fähigkeiten und auch Fertigkeiten besitzen, die es ihm oder ihr ermöglichen, den Rechner sinnvoll zu nutzen.

Beispiel zum Satz des Pythagoras:

Die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ soll rechnergestützt nach der Variable b aufgelöst werden. Wir stellen zwei Rechneranwendungen vor.

Lösungsversuch von Pia: Sie versucht es mit dem numerischen Löse-Befehl aus dem HOME/Algebra-Menü:

$$\text{numLöse}(a^2 + b^2 = c^2, b).$$

Lösungsversuch von Kai: Er benutzt den bekannten HOME/Algebra/Löse(-Befehl:

$$\text{Löse}(a^2 + b^2 = c^2, b).$$

Ein Auftrag an den Leser:

- Führen Sie ohne Rechner die entsprechende Handrechnung aus.
- Werten Sie die unterschiedlichen Rechneranwendungen von Pia und Kai aus und interpretieren Sie die jeweiligen Ausgaben.
- Welche speziellen Probleme treten im Umgang mit dem Rechner bei Erfüllung des Auftrages b) auf? Vergleichen Sie mit der Handrechnung.

Der sinnvolle Umgang mit dem Rechner kann für alle Benutzer von niemandem hinreichend genau beschrieben werden. Die individuellen mathematischen Voraussetzungen und Ansprüche machen dies unmöglich (vergleiche mit

dem obigen Beispiel). Dennoch gibt es gewisse Grundkompetenzen, die bei jedem Benutzer allmählich auszubilden sind.

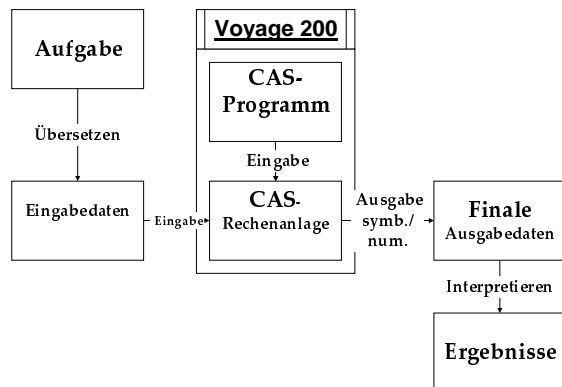
Bei allen Anwendungen mit dem Rechner haben die zu erwerbenden Rechnerkompetenzen stets konkrete Inhalte und feste Kategorien. Bei den Kategorien unterscheiden wir:

Kategorien	Beispiele für Inhalte
Kenntnis:	Der Benutzer kennt hinreichend die Syntax des „Löse(“- Befehls.
Fähigkeit:	Der Benutzer kann durch Überlegen das WINDOW-Menü bedienen.
Fertigkeit:	Der Benutzer kann, ohne lange überlegen zu müssen , einen bestimmten Befehlsnamen aus einem Untermenü auswählen und aufrufen.

Die wichtigsten Grundkompetenzen im Umgang mit einem CAS-Rechner sind u.a. die folgenden Fähigkeiten:

- das **Übersetzen** relevanter Informationen aus der Aufgabe in die formalisierte Sprache des Rechners,
- das **korrekte Eingeben** rechnerformalisierter Daten, einschließlich aller dazu notwendigen Einstellungen im MODE- und WINDOW-Menü,
- das **Interpretieren** der symbolischen oder approximativen Ausgaben aus dem Finalbildschirm (siehe [B. 8.1]) und
- das **Dokumentieren** der Rechneranwendungen und ihren wichtigsten Anweisungen.

Die Arbeit mit einem CAS-Rechner weist einen wiederkehrenden Prozessverlauf auf:



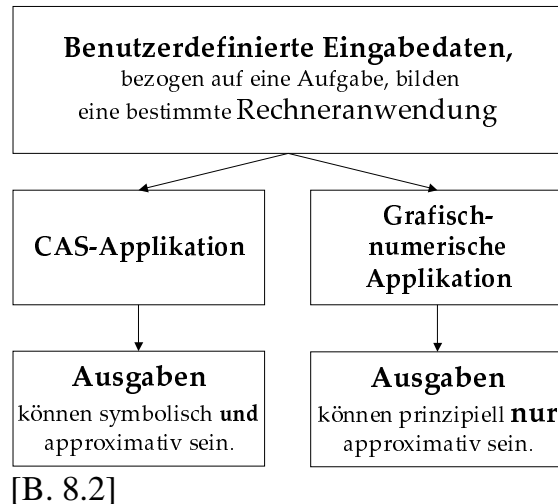
[B. 8.1]

Dabei unterscheiden wir beim Rechner zwei unterschiedliche Verarbeitungsmodi: Zum einen den grafisch-numerischen und zum anderen den symbolischen Rechenmodus. Aus diesem Grund ist es sehr wichtig, noch **vor** Eingabe der Daten gezielt darüber nachzudenken, ob jene Rechnerausgaben, die zum Ergebnis führen sollen, symbolisch oder approximativ sein werden.

Voyage™ 200	Interpretationen
Zahlsymbole	Exakte Werte
Endliche Dezimalzahlen	Näherungswerte

Um die Reproduzierbarkeit auswertbarer Objekte dem Benutzer zu ermöglichen, die Transparenz einzelner Rechenschritte zu sichern und die Interpretationsarbeit wesentlich zu erleichtern, unterteilen wir alle aufgabenbezogenen und aufgabenrelevanten Eingabedaten im Hinblick auf ihre Ausgabemöglichkeiten in zwei Klassen:

- (I) CAS-Applikation (kurz: CASA)
- (II) Grafisch-numerische Applikation (kurz: GNA)



[B. 8.2]

Definition

D 01

Beim rechnergestützten Lösen einer Aufgabe bilden alle aufgabenrelevanten Eingabedaten, einschließlich aller auszuwählenden Optionen, genau dann eine CASA für den Voyage™ 200, wenn:

- vor Eingabe eine HOME-Bereinigung vorgenommen wurde,
- im MODE-Menü der symbolische Ausgabemodus EXAKT gewählt wurde und
- die finalen Ausgaben prinzipiell symbolisch als auch approximativ sein können.

Definition

D 02

Beim rechnergestützten Lösen einer Aufgabe bilden alle aufgabenrelevanten Eingabedaten, einschließlich aller auszuwählenden Optionen, genau dann eine GNA für den Voyage™ 200, wenn:

- vor Eingabe eine HOME-Bereinigung vorgenommen wurde und
- die finalen Ausgaben approximativ sind und nicht in entsprechende wertfreie Symbole rechnergestützt umgewandelt werden können.

Bemerkung: Um sicherzustellen, dass alle symbolischen Manipulationen denen aus \mathbb{R} entsprechen, genügt es entweder den Startzustand B6 herbeizuführen oder im MODE-Menü unter der Rubrik „Komplexes Format“ die Option „1:REELL“ auszuwählen.

Zum Dokumentieren von Applikationen: Warum ist diese Art der Tätigkeit für den Benutzer wichtig und bisweilen auch notwendig?

Wir erläutern die Antwort anhand von vier Beispielaufgaben.

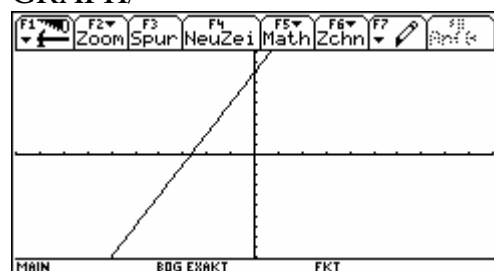
Aufgabe 1:

Bestimme aus der rechnergestützten grafischen Darstellung der Funktion f mit $f(x) := 3 \cdot x + 8$ den Funktionswert an der Stelle:

- $x_1 = 2$
- $x_2 = 100$.

Aus einer grafischen Funktionsdarstellung können prinzipiell keine symbolischen Daten erhoben werden. Deshalb suchen wir nach numerischen Lösungen. Betrachten wir den Bildschirm [B. 8.3], von dem wir annehmen dürfen, er sei der einzige abgebildete Bildschirm der gesamten Rechnerdokumentation, mit dem man über weitere Optionen innerhalb des GRAPH-Menüs zur rechnergestützten Lösung gelangen soll.

GRAPH/



[B. 8.3]

Aus diesem speziellen Bild kann niemals der Funktionswert an der Stelle 2 rechnergestützt bestimmt werden. Das Bild geht weder aus einer CASA noch aus einer GNA hervor, denn das erzeugte Objekt „Gerade“ ist weder symbolisch noch numerisch auswertbar. Die Gerade ist kein Grafenbild einer mathematischen Funktion f . Diese Gerade wurde tatsächlich über den Befehl HOME/ZchGerad rechnergestützt realisiert. Der entsprechende Befehl lautet: ZchGerad 0, 8, 3 und liefert im GRAPH-Menü die Gerade, die durch den Punkt (0, 8) verläuft und den Anstieg 3 hat.

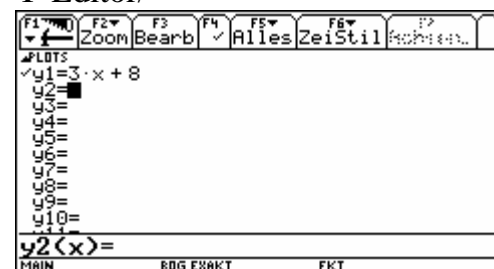
HOME/



[B. 8.4]

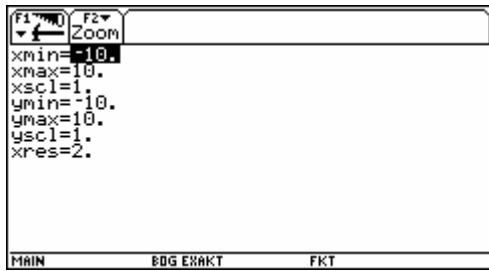
Die Gerade kann nicht über die Spurfunktion für Funktionsgrafen numerisch ausgewertet werden. Folglich können die gesuchten Funktionswerte $f(2)$ und $f(100)$ grafisch nicht ermittelt werden. Wir erstellen deshalb eine GNA, um die Aufgabe 1a) grafisch lösen zu können.

Y-Editor/



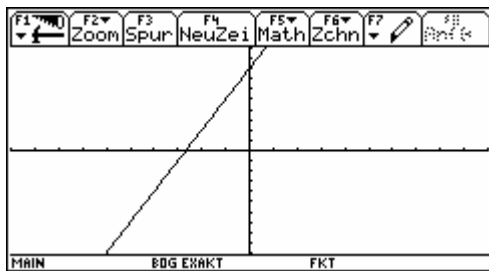
[B. 8.5]

WINDOW/



[B. 8.6]

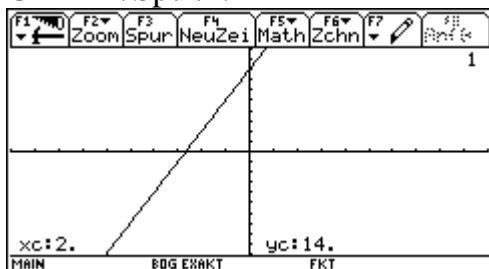
GRAPH/



[B. 8.7]

☉ Drücke **[F3] 2 [ENTER]**.

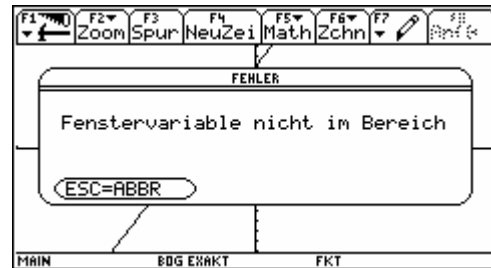
GRAPH/Spur/2/



[B. 8.8]

Interpretation: Numerische Ausgaben sind: $x_c = 2.0$ und $y_c = 14.0$. Die Funktion f liefert an der Stelle 2.0 den approximierten Funktionswert 14.0. Wir versuchen nun, auch die Aufgabe 1b) auf gleiche Art und Weise rechnergestützt zu lösen.

☉ Drücke **[F3] 100 [ENTER]**.



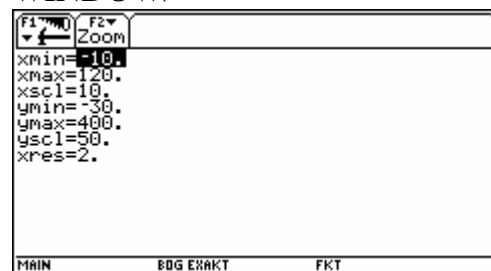
[B. 8.9]

Interpretation: Der Funktionswert $f(100)$ kann mit dieser GNA nicht ermittelt werden. Das Argument $x = 100$ liegt nicht zwischen x_{\min} und x_{\max} (siehe Bild [B. 8.6]). Es gilt: $x \notin [x_{\min}, x_{\max}]$.

Kommentar: Wir ändern die GNA ein wenig ab und passen den WINDOW-Parameter x_{\max} an. Es soll gelten:

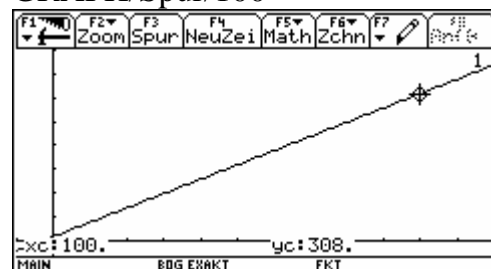
$$x_{\min} \leq 100 \leq x_{\max}.$$

WINDOW/



[B. 8.10]

GRAPH/Spur/100



[B. 8.11]

Interpretation: Die Funktion f liefert an der Stelle 100 den approximierten Funktionswert 308.0.

Aufgabe 2:

Bestimme zu der Funktion f mit

$$f(x) := \frac{x-2}{x+5} \quad \text{die Funktionswerte}$$

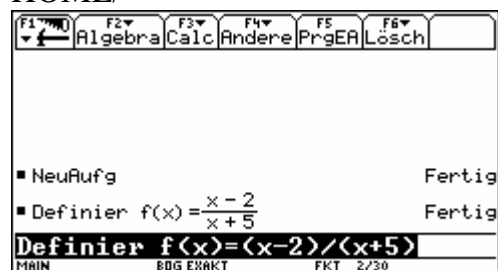
$$f(2.85) \text{ und } f\left(\frac{1}{7}\right)$$

- exakt,
- numerisch auf vier Stellen nach dem Dezimalpunkt genau.

Kommentar: Die Funktionswerte sollen sowohl exakt als auch numerisch angegeben werden. Aus diesem Grund legen wir eine CASA an. Wir bereinigen nach B9 den Hauptbildschirm und löschen gegebenenfalls auch alle benutzerdefinierten Variablen aus dem VAR-LINK-Menü.

Wir wechseln dann wieder in den Hauptbildschirm und definieren dort den Funktionsterm $f(x)$.

HOME/



[B. 8.12]

Für die geforderte Genauigkeit gehen wir ins MODE-Menü.

- ☉ Drücke **MODE** **F1** \downarrow \downarrow \rightarrow 5.

Kommentar: Mit der Zahl 5 wählen wir die Option FIX 4 aus. Somit ermöglichen wir, dass alle approximativen Ausgaben auf 4 Stellen nach dem Dezimalpunkt automatisch gerundet werden.

MODE/**F1**/



[B. 8.13]

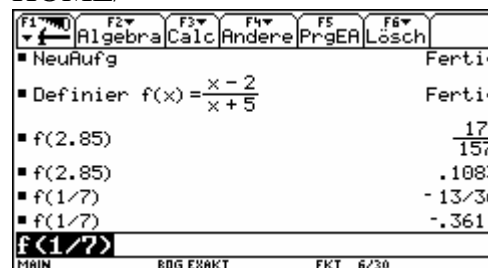
- ☉ Drücke **ENTER**.

Kommentar: Wir erzeugen den Finalbildschirm, indem wir die Notationen

$$f(2.85) \text{ und } f\left(\frac{1}{7}\right)$$

nacheinander eingeben und jeweils mit **ENTER** und \blacklozenge **ENTER** bestätigen.

HOME/



[B. 8.14]

Interpretation:

Ergebnisse	$f(2.85)$	$f\left(\frac{1}{7}\right)$
a) exakt	$\frac{17}{157}$	$-\frac{13}{36}$
b) numerisch	0.1083	-0.3611

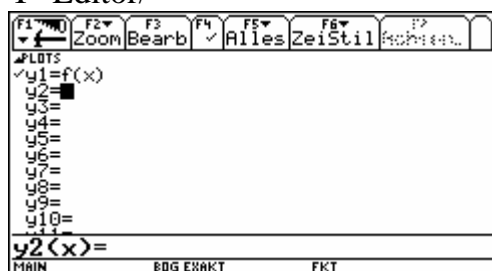
Aufgabe 3:

Bestimme zu der Funktion f aus Aufgabe 2 eine numerische Wertetabelle mit $x \in [-500, 300]$ und der Schrittweite $\Delta x := 50$.

Kommentar: Die Ergebnisse sollen numerisch sein und in einer Wertetabelle erfasst werden. Wir legen eine GNA an und nutzen in Kombination die bereits

angelegte CASA. Im Y=Editor definieren wir den Grafik/Tabellenterm unter dem Bezeichner y_1 und verwenden den symbolischen Bezeichner $f(x)$ aus Bild [B. 8.14]. Die im Bild [B. 8.13] eingestellte Genauigkeit behalten wir bei.

Y=Editor/



[B. 8.15]

Kommentar: Wir definieren im TBLSET-Menü den Aufbau der Wertetabelle.

☉ Drücke \blacklozenge T für [TblSet].

TBLSET/



[B. 8.16]

Kommentar: Mit dem Bezeichner TablStart... ist der Startwert für die unabhängige Variable x gemeint und ΔTbl ... erwartet die Schrittweite für x . Aus der gegebenen Intervalldarstellung $x \in [-500, 300]$ lesen wir den Startwert für x ab und übersetzen in $\text{TablStart} := -500$. Die geforderte Schrittweite ist die Zahl 50. Wir übersetzen in $\Delta\text{Tbl} := 50$.

☉ Drücke $\boxed{-}$ 500 \odot .

☉ Drücke 50 $\boxed{\text{ENTER}}$.



☉ Drücke \blacklozenge Y für [TABLE].

TABLE/

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
EinSt	Cell	ABBR	ZIL	ZIL	ZIL	ZIL
x	y1					
-500.0	1.0141					
-450.0	1.0157					
-400.0	1.0177					
-350.0	1.0203					
-300.0	1.0237					
-250.0	1.0286					
-200.0	1.0359					
-150.0	1.0483					
x = -500.						
MAIN	BDG EXAKT	FKT				

[B. 8.18]

Interpretation: Die Wertetabelle wird ausschnittsweise dargestellt. Alle Ausgaben sind approximativ. Die Argumente finden wir in der x -Spalte. Die zugehörigen Funktionswerte sind in der y_1 -Spalte aufgelistet.

Kommentar: Um eine numerische Ausweitung auf das Intervall $[-500, 300]$ zu erhalten, drücken wir mehrmals die Cursortaste \odot .

☉ Drücke 16-mal \odot .

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
EinSt	Cell	ABBR	ZIL	ZIL	ZIL	ZIL
x	y1					
-50.00	1.1556					
0.0000	-.4000					
50.000	.8727					
100.00	.9333					
150.00	.9548					
200.00	.9659					
250.00	.9725					
300.00	.9770					
x = 300.						
MAIN	BDG EXAKT	FKT				

[B. 8.19]

☉ Drücke \odot .

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
EinSt	Cell	ÜbSchr	ZuLsch	ZuLsch	ZuLsch	ZuLsch	ZuLsch
x	y1						
-50.00	1.1556						
0.0000	-4.0000						
50.000	.8727						
100.00	.9333						
150.00	.9548						
200.00	.9659						
250.00	.9725						
300.00	.9770						
y1(x) = .97704918032787							
MAIN BDG ERAKT FKT							

[B. 8.20]

Interpretation: Die invertierte Zelle zeigt den numerischen Wert für $f(300)$ auf 4 zuverlässige Ziffern nach dem Dezimalpunkt an. Direkt über der Statuszeile sieht man den entsprechenden Dezimalbruch mit 14 Dezimalstellen nach dem Dezimalpunkt.

Aufgabe 4:

Bestimme zu der Funktion f mit $f(x) := x^2$ die exakten Funktionswerte $f(a)$, $f(\pi)$, $f(\sqrt[4]{3})$.

Kommentar: Den Funktionsterm $f(x)$ können wir auch im Y=Editor aufnehmen.

Y=Editor/

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
Zoom	Bearb	Alles	Zeistil	Rechnen			
y1=x ²							
y2=							
y3=							
y4=							
y5=							
y6=							
y7=							
y8=							
y9=							
y10=							
y2(x)=							
MAIN BDG ERAKT FKT							

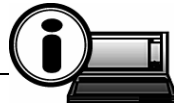
[B. 8.21]

HOME/

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch			
NeuAufg							
y1(a)							
y1(π)							
y1(3 ^{1/4})							
y1(3 ^{^(1/4)})							
MAIN BDG ERAKT FKT 4/30							

[B. 8.22]

Interpretation: Die symbolische Auswertung führt zu den exakten Ergebnissen: $f(a) = a^2$, $f(\pi) = \pi^2$, $f(\sqrt[4]{3}) = \sqrt{3}$.



V200-INFO-8-1: Für die n -te Wurzel aus x^m gibt es beim Voyage™ 200 keine entsprechende Funktionstaste. Hierbei bedient man sich der Regel: Für alle $x \in \mathbb{R}_+^*$: $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$, $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}, m \in \mathbb{Z}$.



V200-INFO-8-2: Man kann eine GNA und eine CASA miteinander kombinieren. Für die Qualität der Interpretationen sind ausschließlich die auswertbaren Objekte im Finalbildschirm generell von Bedeutung.



V200-INFO-8-3: Zu einer transparenten und reproduzierbaren Dokumentation gehören:

- alle aufgabenrelevanten Eingabedaten in der Sprache des jeweiligen Rechners,
- alle notwendigen und sinnvollen Menüeinstellungen,
- alle Hinweise für eine nachvollziehbare Menüführung, einschließlich der erforderlichen Syntax für Befehle,
- alle Interpretationen der Finalbildschirme.

Fehlt im Einzelfall eine dieser Komponenten, wird die Arbeit am Rechner beim „Nachrechnen“ erschwert oder sogar unmöglich gemacht. Interpretationen verlieren dabei gänzlich an Bedeutung; Folgerungen ebenso.

9 Was ist ein CAS?

Die Abkürzung CAS wurde schon mehrfach im Text genannt. Dahinter verbirgt sich das Fachwort **Computeralgebrasystem**. Ein solches Software-system dient vor allem dem symbolischen Rechnen. Um auf einen Unterschied zum Rechnen mit Zahlen hinzuweisen, spricht man anstelle vom symbolischen Rechnen auch meistens von symbolischer Manipulation.

Das Manipulieren von wertfreien Symbolen, dass streng nach programminternen Regeln abläuft, ähnelt im starken Maße dem Rechnen mit reellen (oder auch komplexen) Zahlen. Trotz vieler Gemeinsamkeiten bestehen aber auch Unterschiede im Regelaufbau zwischen Mathematik und Rechnersoftware.

Beispiel 9.1:

Für alle $a \in \mathbb{Z}$: $(-1)^a \in \mathbb{R}$.

Betrachten wir im Vergleich zu dieser mathematischen Regel den VoyageTM 200 in der BS-Version 2.09.

Zunächst belegen wir den symbolischen Term $(-1)^a$ mit verschiedenen ganzen Zahlen lokal in a und benutzen dabei den Mit-Operator. Anschließend versuchen wir, den Term $(-1)^a + 5$ symbolisch auszuwerten.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
NeuAufg					Fertig
■ $(-1)^a a = 2$					1
■ $(-1)^a a = 3$					-1
■ $(-1)^a a = -4$					1
■ $(-1)^a a = -7$					-1
◀ $(-1)^a a = -7$					
MAIN					BDG ERAKT FKT 5/30

[B. 9.1]

Interpretation: Für alle $a \in \{2, 3, -4, -7\} \subseteq \mathbb{Z}$ liefert der Rechner zu dem Term $(-1)^a$ reelle Zahlen.

Die Information „für alle ganzen Zahlen a ...“ kann der VoyageTM 200 nach seinem „Regelverständnis“ nicht verarbeiten und gibt nach symbolischer Auswertung von $(-1)^a + 5$ Folgendes aus:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
■ $(-1)^a a = 3$					-1
■ $(-1)^a a = -4$					1
■ $(-1)^a a = -7$					-1
■ $(-1)^a + 5$					Fehler: Keine reelle Zahl als Ergebnis
◀ $(-1)^a + 5$					
MAIN					BDG ERAKT FKT 6/30

[B. 9.2]

Interpretation: Unter Berücksichtigung, dass a eine ganze Zahl darstellt, führt die Ausgabe zu keinem zuverlässigen Ergebnis. Wenn allerdings a beliebig reell ist, dann macht die Ausgabe durchaus Sinn, denn beispielsweise ist $(-1)^a + 5 \Big|_{a = \frac{1}{2}}$ tatsächlich keine reelle Zahl.

Beispiel 9.2:

In der Mathematik werden Rechenregeln und Rechengesetze meist als Allaussagen formuliert (siehe Abschnitt 5). Dabei spielen gebundene Variablen eine besondere Rolle.

Wir wissen:

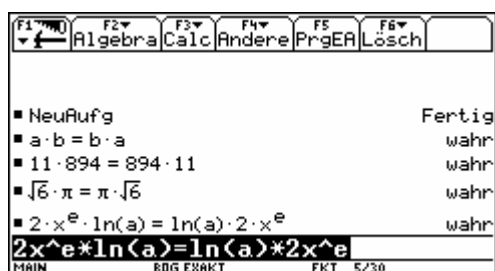
Gebundene Variablen

Teilformulierungen wie „für alle ...“ oder „es gibt ein ...“ verwandeln freie Variablen in gebundene Variablen.

Achtung: Für die gebundenen Variablen in Aussagen dürfen keine Einsetzungen vorgenommen werden.

Betrachten wir beispielsweise das Kommutativgesetz der Multiplikation reeller Zahlen: Für alle reellen Zahlen a und b gilt: $a \cdot b = b \cdot a$.

Das Rechengesetz ist eine wahre Allaussage und bezieht sich dabei auf alle reellen Zahlen. Der Voyage™ 200 kennt anscheinend dieses elementare Gesetz reeller Zahlen, wie der nachfolgende Bildschirm exemplarisch zeigt.

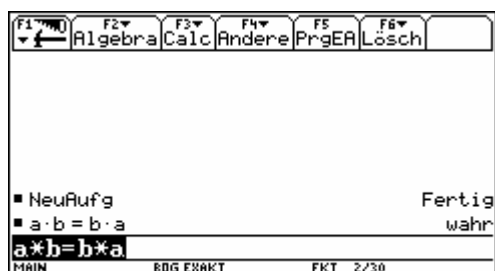


[B. 9.3]

Interpretation (voreilig): Es werden allgemein gültige Aussagen zum Kommutativgesetz reeller Zahlen vorgestellt.

Diese Interpretation, wie auch die im nachfolgenden Beispiel sind anfechtbar.

Wir gehen von folgender CASA aus:



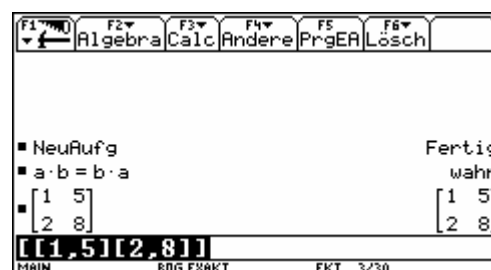
[B. 9.4]

Interpretation: Der Wahrheitswert „wahr“ macht zum Beispiel dann Sinn, wenn man sich vorstellt, dass die Symbole a und b natürliche, ganze, rationale oder auch reelle Zahlen darstellen. In dem Fall spricht man von einer symbolischen Identität.

Eine symbolische Identität ist aber vom mathematischen Standpunkt aus nichts anderes als eine Aussageform und kann demzufolge keinen Wahrheitswert haben (siehe Abschnitt 6). Wir gehen diesem merkwürdigen Umstand auf den Grund und fragen uns: *Was bedeutet der im Bild [B. 9.4] dargestellte Wahrheitswert „wahr“?*

Kommentar: Wir geben in die Gleichung für a und b statt einzelner Zahlen so genannte Matrizen (Einzahl: Matrix, Mehrzahl: Matrizen) ein. Eine Matrix ist ein Schema von Zahlen. Wir erzeugen eine konkrete Matrix mit dem Rechner:

- Drücke $\boxed{2nd} \boxed{,}$ für $[\]$.
- Drücke $\boxed{2nd} \boxed{,}$ für $[\]$.
- Drücke $\boxed{1} \boxed{,} \boxed{5}$.
- Drücke $\boxed{2nd} \boxed{\div}$ für $[\]$.
- Drücke $\boxed{2nd} \boxed{,}$ für $[\]$.
- Drücke $\boxed{2} \boxed{,} \boxed{8}$.
- Drücke $\boxed{2nd} \boxed{\div}$ für $[\]$.
- Drücke $\boxed{2nd} \boxed{\div}$ für $[\]$.
- Drücke \boxed{ENTER} .



[B. 9.5]

Kommentar: Wir speichern mithilfe der ANS-Variable („letzte Antwort“) die eingegebene Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$$

unter a ab.

☉ Drücke $\boxed{\text{STO}} \rightarrow \boxed{A} \boxed{\text{ENTER}}$.

Damit belegen wir global das Symbol a mit dem Wert dieser Matrix. Aus dem wertfreien Symbol a wird somit ein symbolischer Bezeichner für eine symbolische Matrix.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
NeuAufg Fertig					
a · b = b · a wahr					
[1 5] [1 5]					
[2 8] [2 8]					
[1 5] → a [1 5]					
[2 8] [2 8]					
Antwort(1) → a					
MAIN BDG EXAKT FKT 4/30					

[B. 9.6]

Kommentar: Wir geben eine zweite Matrix ein und belegen mit diesem Wert global das Symbol b .

- ☉ Drücke $\boxed{2\text{nd}} \boxed{,}$ für $[,]$.
- ☉ Drücke $\boxed{2\text{nd}} \boxed{,}$ für $[,]$.
- ☉ Drücke 6 $\boxed{,}$ 2.
- ☉ Drücke $\boxed{2\text{nd}} \boxed{\div}$ für $[,]$.
- ☉ Drücke $\boxed{2\text{nd}} \boxed{,}$ für $[,]$.
- ☉ Drücke 3 $\boxed{,}$ 10.
- ☉ Drücke $\boxed{2\text{nd}} \boxed{\div}$ für $[,]$.
- ☉ Drücke $\boxed{2\text{nd}} \boxed{\div}$ für $[,]$.
- ☉ Drücke $\boxed{\text{STO}} \rightarrow \boxed{B}$.
- ☉ Drücke $\boxed{\text{ENTER}}$.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
a · b = b · a wahr					
[1 5] [1 5]					
[2 8] [2 8]					
[1 5] → a [1 5]					
[2 8] [2 8]					
[6 2] → b [6 2]					
[3 10] [3 10]					
[[6,2][3,10]] → b					
MAIN BDG EXAKT FKT 5/30					

[B. 9.7]

Kommentar: Wir kopieren die bereits eingegebene Gleichung $a \cdot b = b \cdot a$ aus dem Protokoll in die Schreibzeile und werten diese erneut symbolisch aus.

☉ Drücke $\boxed{\wedge}$ (8-mal).

☉ Drücke $\boxed{\text{ENTER}} \boxed{\text{ENTER}}$.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	
[2 8] [2 8]					
[1 5] → a [1 5]					
[2 8] [2 8]					
[6 2] → b [6 2]					
[3 10] [3 10]					
a · b = b · a [falsch falsch]					
a * b = b * a [falsch falsch]					
MAIN BDG EXAKT FKT 6/30					

[B. 9.8]

Interpretation: Die Variablen a und b in der symbolischen Gleichung $a \cdot b = b \cdot a$ sind keine gebundenen Variablen, obwohl bereits mit dem Wahrheitswert im Bild [B. 9.7] eine scheinbar wahre Allaussage demonstriert wurde. Mit der zweiten Auswertung der angeblich „wahren“ Gleichung erhalten wir eine Matrix mit vier Wahrheitswerten „falsch“.

Mathematische Identitäten sind stets wahre Aussagen. Die Bindung an einen Grundbereich ist ein fester Bestandteil einer derartigen wahren Aussage.

Symbolische Identitäten dagegen sind Aussageformen und werden nur durch bestimmte Interpretationen und durch „nachträgliches Binden“ an einen Grundbereich zu einer mathematischen Identität oder auch nicht.

Mathematische Identitäten	Symbolische Identitäten
Für alle reellen Zahlen a und b gilt: $a \cdot b = b \cdot a$. (wahr)	$a \cdot b = b \cdot a$ (weder wahr noch falsch)

Beispiel 9.3:

Beim Distributivgesetz rationaler Zahlen (siehe Beispiel 5.1(2)) bindet die Zeichenfolge:

Für alle $a, b, c \in \mathbb{Q} \dots$

die Variablen a, b, c an den Grundbereich \mathbb{Q} . Lässt man diese Zeichenfolge weg, bleibt vom Gesetz die Aussageform, sozusagen die symbolische Identität, $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ übrig.

Eine entsprechende Rechnersimulation dieses Gesetzes spiegelt sich in den symbolischen Manipulationen (Umformungen):

$$(I) \quad a \cdot (b + c) \xrightarrow{\text{Entwickeln}} a \cdot b + a \cdot c$$

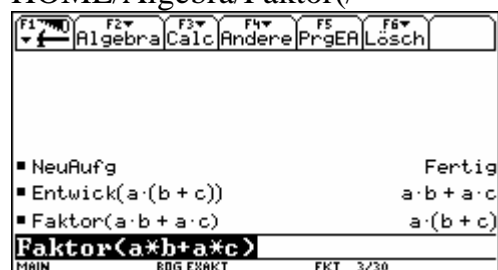
$$(II) \quad a \cdot b + a \cdot c \xrightarrow{\text{Faktorisieren}} a \cdot (b + c)$$

wider. Realisiert werden die symbolischen Umformungen durch die zwei symbolischen Funktionen:

(I') HOME/Algebra/Entwick(/

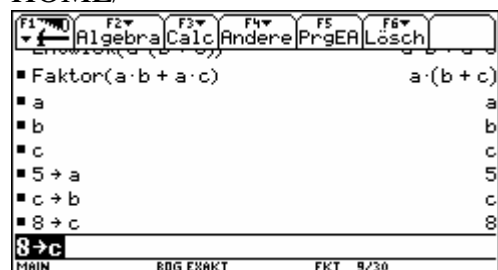
(II') HOME/Algebra/Faktor(/.

HOME/Algebra/Faktor(/



[B. 9.9]

HOME/



[B. 9.10]

Interpretation: Erst durch das (globale) Belegen erhalten die Symbole a, b, c jeweils einen symbolischen Wert.



V200-INFO-9-1: Ein CAS

- kann mit Symbolen, ähnlich wie mit reellen Zahlen und reellen Variablen rechnen (manipulieren). Viele Relationen und Operationen in \mathbb{R} (oder \mathbb{C}) werden durch eine Art von Rechenbäumen simuliert.
- kann keine mathematischen Identitäten verarbeiten. Die fehlenden mathematischen Identitäten werden durch symbolische Identitäten ersetzt. Der ihr zugeordnete Wahrheitswert ist eine vorweggenommene Interpretation der CAS-Entwickler. Dahinter verbirgt sich die wohlgemeinte Absicht, ein möglichst breites Spektrum an Rechenapplikationen in \mathbb{R} (\mathbb{C}) dem Benutzer zu ermöglichen. Aussagen können nur durch lokales oder globales Belegen von Symbolen entstehen, aber nicht durch die Bindung von Variablen mit symbolischem Wert.
- kann in Verbindung mit einem Grafikmodul nur dann dem Benutzer mit rechnergestützten Lösungen dienen, wenn diese auf einer CASA oder einer GNA basieren.

Bemerkung: Aufgrund der Nichtrealisierbarkeit gebundener Variablen kann ein CAS keine Beweise automatisch ausführen.

Ein CAS sichert keine Erkenntnisse im Sinne von Beweisen. Es kann aber wesentlich zur Erkenntnisfindung beitragen.

10 Eine interaktive CASA

Um das rechnergestützte Lösen einer Aufgabenklasse benutzerfreundlich zu gestalten, gibt es beim VoyageTM 200 die Möglichkeit, mittels des eingebauten Texteditors, so genannte Lernskripts zu entwickeln. Anstelle des Wortes Lernskript verwenden wir die Bezeichnung interaktive CAS-Applikation, denn es geht in diesem Zusammenhang weniger um den Aspekt des Lernens als vielmehr um die Weiteraufbereitung einer CAS-Applikation.

Aufgabe: Erstellen Sie eine interaktive CAS-Applikation zur Lösung eines linearen Gleichungssystems, bestehend aus zwei Gleichungen und zwei Lösungsvariablen x und y mit $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.

Beispiel 10.1:

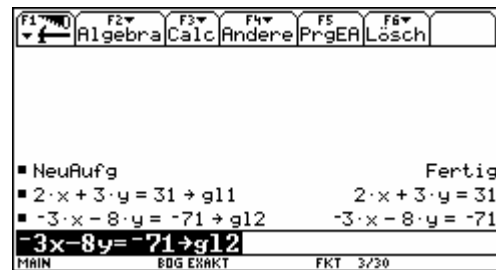
Es soll das (2, 2) lineare Gleichungssystem:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 31 \\ -3x - 8y = -71 \end{cases}$$

nach den Symbolen x und y aufgelöst werden.

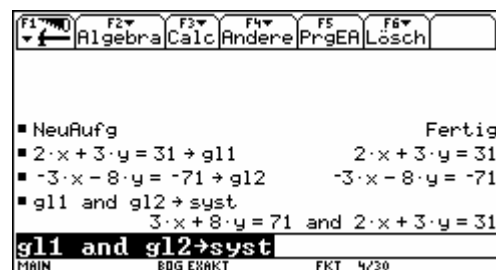
(I) HOME-Bereinigung: Nach dem Handlungsbaustein B9 bereinigen wir zuerst den Hauptbildschirm.

(II) Aufbau einer CAS-Applikation: Wir speichern unter den Namen $gl1$ und $gl2$ die beiden gegebenen Gleichungen global ab.



[B. 10.1]

Kommentar: Das lineare Gleichungssystem soll den Bezeichner *syst* erhalten. Mit dem Wort „and“ verbinden wir die beiden Gleichungen zu einem System aus zwei Gleichungen mit gemeinsamer „Lösungsmenge“.

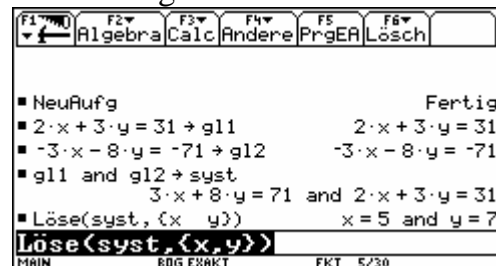


[B. 10.2]

Kommentar: Um das lineare Gleichungssystem nach den Symbolen x und y aufzulösen, benutzen wir den HOME/Algebra/Löse(-Befehl.

Syntax: $\text{Löse}(\text{syst}, \{x, y\})$.

HOME/Algebra/Löse/



[B. 10.3]

Interpretation: Die Lösung des linearen Gleichungssystems ist das geordnete Zahlenpaar (5, 7).

Die Bilder [B. 10.1] bis [B. 10.3] beschreiben mit ihren Eingabedaten eine CASA, wobei das Bild [B. 10.3] den Finalbildschirm darstellt.

(III) Textdatei anlegen: Wir speichern diese CASA als Text ab und verwenden den Textdateinamen `lin_gs`.

☉ Drücke `[F1]`.

Kommentar: In der zweiten Position des Untermenüs HOME/`[F1]`/ steht die Option „Kopie speich als...“.

HOME/`[F1]`/



[B. 10.4]

☉ Drücke `[ENTER]`.

Kommentar: Es öffnet sich ein kleines Fenster.

HOME/`[F1]`/Kopie speich als .../



[B. 10.5]

☉ Drücke `[↓]`.

Kommentar: Mit der Cursortaste springen wir in das leere Feld.



[B. 10.6]

☉ Drücke L I N `[2nd]` P G S.

☉ Drücke `[ENTER]`.

Kommentar: Hier tragen wir den Textdateinamen `lin_gs` ein und bestätigen mit der `[ENTER]`-Taste. Der eingetragene Name wird invertiert angezeigt.

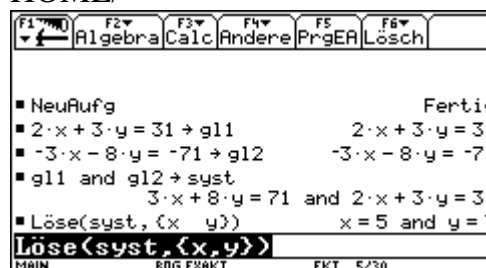


[B. 10.7]

☉ Drücke `[ENTER]`.

Kommentar: Wir gelangen so wieder in den unveränderten Hauptbildschirm.

HOME/

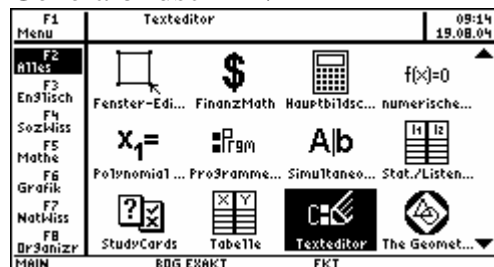


[B. 10.8]

(IV) Textdatei aufrufen: Wir wechseln in den Genaralbildschirm und markieren mit dem Cursor die Tafel Texteditor.

☉ Drücke [APPS] ☉ ☉.

Generalbildschirm/

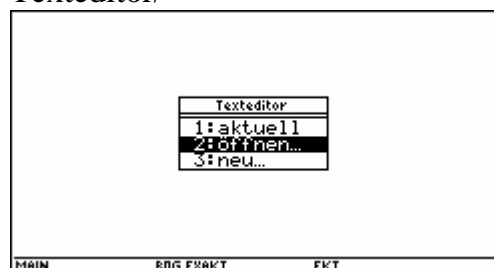


[B. 10.9]

☉ Drücke [ENTER] ☉.

Kommentar: Wir wollen mit der Option „öffnen ...“ die Textdatei *lin_gs* aufrufen.

Texteditor/



[B. 10.10]

☉ Drücke [ENTER].

Texteditor/ÖFFNEN/



[B. 10.11]

☉ Drücke [ENTER].

Kommentar: Wir rufen den Textinhalt von *lin_gs* auf.

Das jeweils am Zeilenanfang stehende C, gefolgt von einem Doppelpunkt, weist auf eine Textdatei (Script) hin.

Texteditor/



[B. 10.12]

☉ Drücke [F3] für [SkriptAnsicht].

Texteditor/AnScht/



[B. 10.13]

☉ Drücke [ENTER].

Kommentar: Der Bildschirm teilt sich horizontal. Oben sieht man das aktive, umrahmte Fenster mit der Textdatei. Unten ist ein Teil der bereits ausgewerteten CAS-Applikation aus dem Hauptbildschirm erkennbar. Der Cursor blinkt als kleiner Strich in der ersten Textzeile vor dem Befehl NeuAufg.

Texteditor/-HOME/



[B. 10.14]

☉ Drücke [F4] für [Ausführung].

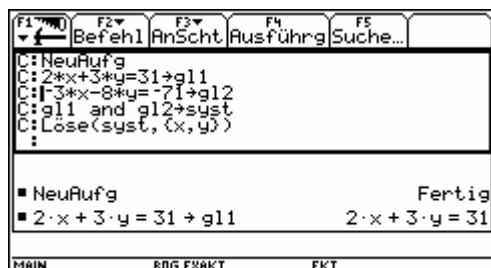
Kommentar: Der Cursorstrich springt im oberen Fenster an den Anfang der zweiten Textzeile. Im unteren Fenster wird der Befehl HOME/Lösch/NeuAufg/ ausgeführt.



[B. 10.15]

☉ Drücke [F4] für [Ausführung].

Kommentar: Der Cursorstrich springt im oberen Fenster an den Anfang der dritten Textzeile. Im unteren Fenster erfolgt erneut das globale Belegen des Bezeichners $g1$.

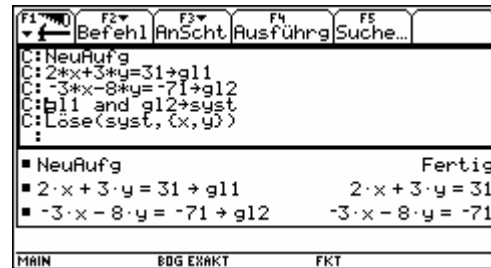


[B. 10.16]

Interpretation: Es wird der symbolische Wert des Bezeichners $g1$ angezeigt, nämlich die Gleichung $2 \cdot x + 3 \cdot y = 31$.

☉ Drücke [F4] für [Ausführung].

Kommentar: Der Cursorstrich springt im oberen Fenster an den Anfang der vierten Textzeile. Im unteren Fenster erfolgt erneut das globale Belegen des Bezeichners $g2$.

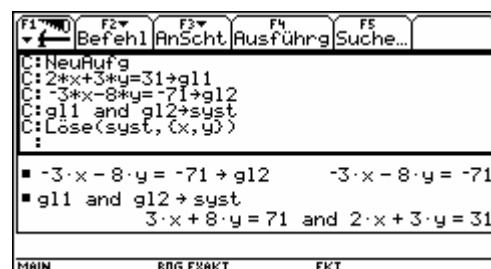


[B. 10.17]

Interpretation: Es wird der symbolische Wert des Bezeichners $g2$ angezeigt, nämlich die Gleichung $-3 \cdot x - 8 \cdot y = -71$.

☉ Drücke [F4] für [Ausführung].

Kommentar: Der Cursorstrich springt im oberen Fenster an den Anfang der fünften Textzeile. Im unteren Fenster erfolgt erneut das globale Belegen des Bezeichners $syst$.



[B. 10.18]

Interpretation: Es wird der symbolische Wert des Bezeichners $syst$ angezeigt, nämlich die Und-Aussageform $3 \cdot x + 8 \cdot y = 71$ and $2 \cdot x + 3 \cdot y = 31$. Dabei wurde automatisch eine Vereinfachung von $g2$ vorgenommen.

☉ Drücke [F4] für [Ausführung].

Kommentar: Der Cursorstrich springt im oberen Fenster an den Anfang der sechsten und leeren Textzeile. Im unteren Fenster erfolgt die Realisierung des

„Löse“-Befehls. Die vereinfachten Gleichungen $x = 5$ und $y = 7$ können abgelesen werden.

(V) Rechnergestütztes Lösen einer Aufgabenklasse: Die im Texteditor übertragene CAS-Applikation ermöglicht nun ein höheres Maß an Interaktivität, indem innerhalb der Textdatei (oberes Fenster) eine „Neubelegung“ für die beiden Bezeichner $gl1$ und $gl2$ genutzt werden kann. Die Struktur der Eingabedaten bleibt dennoch erhalten. Mit Drücken der Taste $\boxed{F4}$ wird dann die zeilenweise Ausführung der „neu“ angelegten CAS-Applikation vorgenommen. Wir gehen zur Erläuterung dieser Ausführungen zu Beispiel 10.2 über.

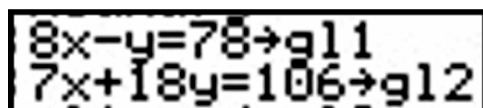
Beispiel 10.2:

Löse mit der interaktiven CAS-Applikation das lineare Gleichungssystem $(2, 2)$:

$$\begin{bmatrix} 8x - y = 78 \\ 7x + 18y = 106 \end{bmatrix}$$

symbolisch nach x und y auf.

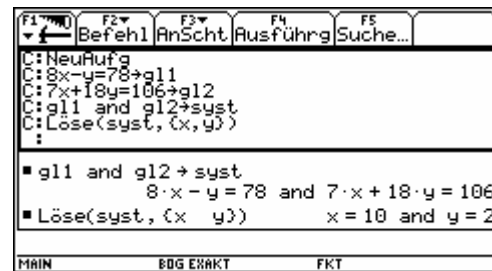
Kommentar: Mithilfe der Cursortasten wird nur die zweite und dritte Textzeile entsprechend editiert. Die beiden Gleichungen bestimmen dann die neuen symbolischen Werte von $gl1$ und $gl2$.



[B. 10.19]

Kommentar: Um die neue CAS-Applikation vollständig im unteren Teil des Bildschirms auswerten zu können, springen wir wieder mit dem Cursor vor das Wort NeuAufg der ersten Text-

zeile. Anschließend erzeugen wir mit der Taste $\boxed{F4}$ (5-mal drücken) den entsprechenden Finalbildschirm.



[B. 10.20]

Interpretation: Das lineare Gleichungssystem aus Beispiel 10.2 hat die Lösung $(10, 2)$.

11 Handbuch und ZoomBox

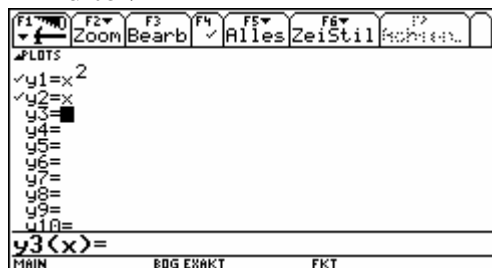
Wir wollen an einem Beispiel demonstrieren, wie man sich mithilfe des digitalen Handbuchs einen ausgewählten Befehl mit deutschem Namen selbstständig erarbeiten kann. Alle Befehls- und Optionsbezeichnungen sind im Handbuch in englischer Sprache formuliert. Meist gestaltet sich der Anlass für das Arbeiten mit einem Handbuch aus dem Wunsch heraus, eine Teilaufgabe an den Rechner delegieren zu wollen. Betrachten wir als Beispiel folgende Aufgabe.

Aufgabe: Schraffieren Sie die eingeschlossene Fläche, die sich aus dem Grafenschnitt der beiden Funktionen f und g mit $f(x) := x^2$ und $g(x) := x$ auf dem Intervall $I := [0, 1]$ ergibt. Benutzen Sie u.a. den Befehl HOME/Schraff/.

Bevor wir uns dem Befehl „Schraff“ zuwenden, legen wir zunächst eine grafisch-numerische Applikation an, um die beiden Grafen in einem Fenster aus-

schnitt darzustellen. Dabei lernen wir u.a., wie man einen Grafen mithilfe einer Rechneroption, namens „Zoom-Box“, maßstäblich vergrößern kann.

Y-Editor/



[B. 11.1]

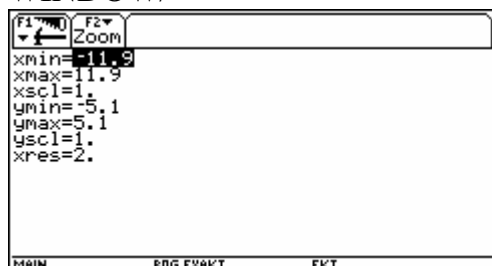
WINDOW/Zoom/



[B. 11.2]

Hinweis: Wir zeigen im nächsten Bild jene Fensterdaten an, die sich durch Ausführen der Option „ZoomDez“ im WINDOW/Zoom/-Menü von selbst einstellen, obwohl diese Darstellung vom Rechner übersprungen wird.

WINDOW/



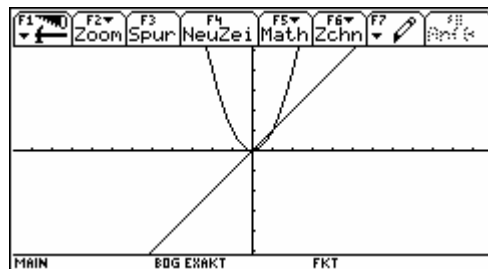
[B. 11.3]

Interpretation: Fensterbereich

$$x \in [-11.9; 11.9]$$

$$y \in [-5.1; 5.1]$$

GRAPH/

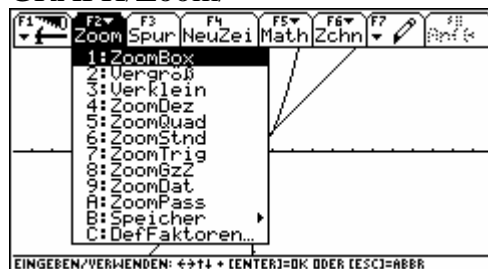


[B. 11.4]

Interpretation: Die beiden Grafen schneiden sich in zwei Punkten.

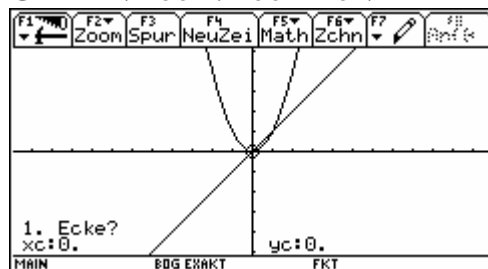
Kommentar: Wir wollen den Schnittbereich der beiden Grafen ausschnittsweise durch eine Ähnlichkeitsabbildung vergrößern. Hierzu verwenden wir die erste Option „ZoomBox“ aus dem GRAPH/Zoom/-Menü.

GRAPH/Zoom/



[B. 11.5]

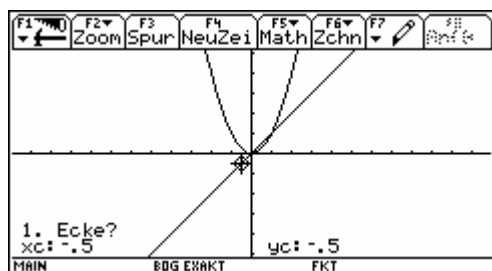
GRAPH/Zoom/ZoomBox/




[B. 11.6]

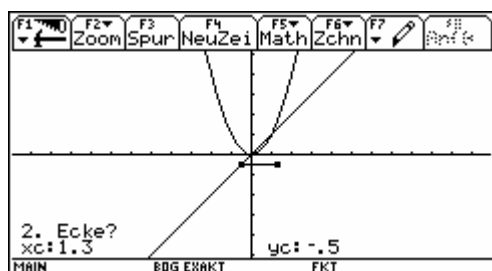
Interpretation: Der Cursor in Form eines kleinen Kreises markiert den Koordinatenursprung (0,0).

Kommentar: Mit den beiden Cursortasten \odot und \ominus markieren wir den Punkt (-0.5, -0.5) und drücken dann die $\boxed{\text{ENTER}}$ -Taste.




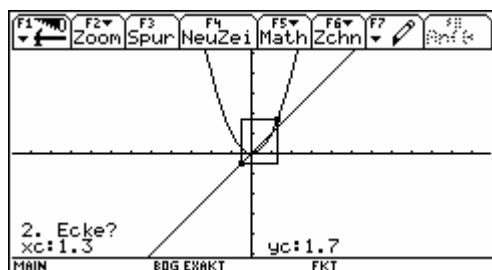
[B. 11.7]

Kommentar: Mit der Cursortaste  markieren wir den Punkt (1.3, -0.5).



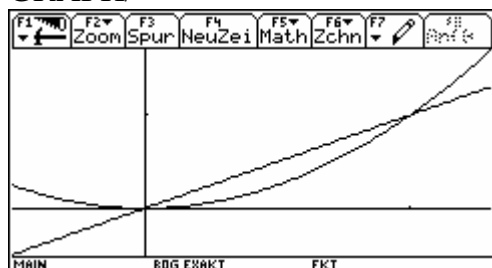
[B. 11.8]

Kommentar: Mit der Cursortaste  markieren wir den Diagonalepunkt (1.3, 1.7) und drücken erst dann die **ENTER**-Taste.



[B. 11.9]

GRAPH/



[B. 11.10]

Interpretation: Der Bereich, indem die beiden Grafen zum Schnitt gelangen, ist nun vergrößert dargestellt. Alle Skalierungseinheiten des rechtwinkligen Koordinatensystems haben sich von selbst durch eine Ähnlichkeitsabbildung angepasst.

Wir wenden uns nun dem neuen Befehl HOME/Schraff/ zu und benutzen zu seiner Erkundung in Sachen Syntax das digitale Handbuch der Firma Texas Instruments. Auf unserer Festplatte haben wir von der TI-Produkt-CD-ROM die Datei tech_ref-deu.pdf heruntergeladen. Außerdem sollte das Programm Adobe® Reader® bereits fest installiert sein.

Kommentar: Die Datei tech_ref-deu.pdf öffnen wir durch Doppelklick mit der Computerm Maus.

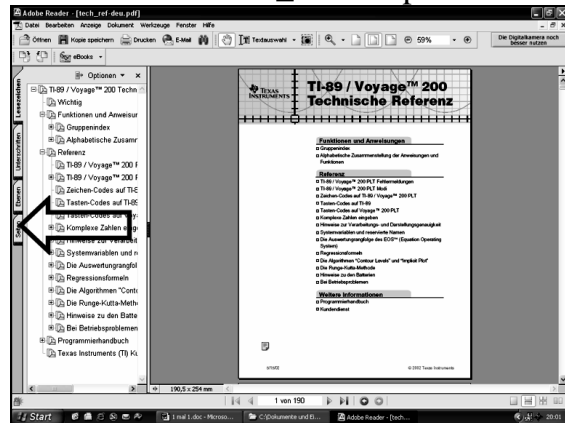


[B. 11.11]

Es öffnet sich als erstes das Programm Adobe® Reader® als auch die ausgewählte Datei.

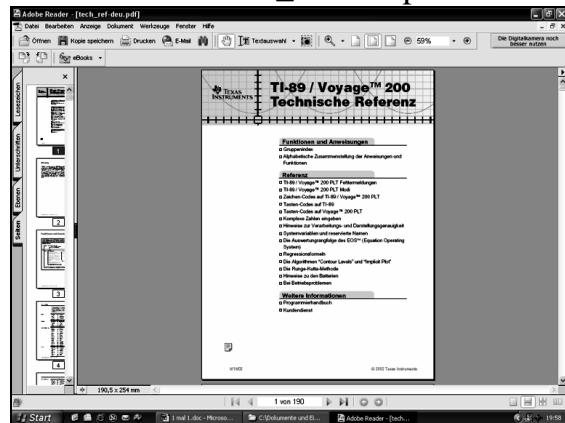
Kommentar: Am linken Bildschirmrand sind vier Registerfelder vertikal angeordnet. Wir wählen das Registerfeld „Seiten“ aus.

Adobe Reader/tech_ref-deu.pdf/



[B. 11.12]

Adobe Reader/tech_ref-deu.pdf/Seiten/



[B. 11.13]

Im Anhang dieses Buches befinden sich zwei Tabellen, die eine Art Wörterbuch für Befehlsnamen darstellen. Hier sind in der ersten Spalte in alphabetischer Reihenfolge der Tabelle T1 alle Befehle als Befehlskürzel aufgelistet, welche sich nach Aktivierung des deutschen Sprachmoduls (B3) von selbst ergeben. Wir suchen in der ersten Spalte den Buchstaben S heraus. Mit S beginnt auch gleich der gesuchte Befehl Schraff.

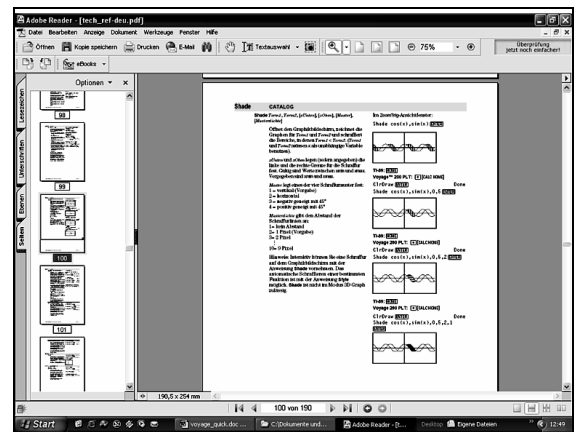
Aus Tabelle T1:

Deutsch	Eng- lisch	Seite im digit. HB	Seite im gedr. HB
Rückgabe	Return	90	1069
Schraff	Shade	100	1079
Send- Calc	Send- Calc	94	1073

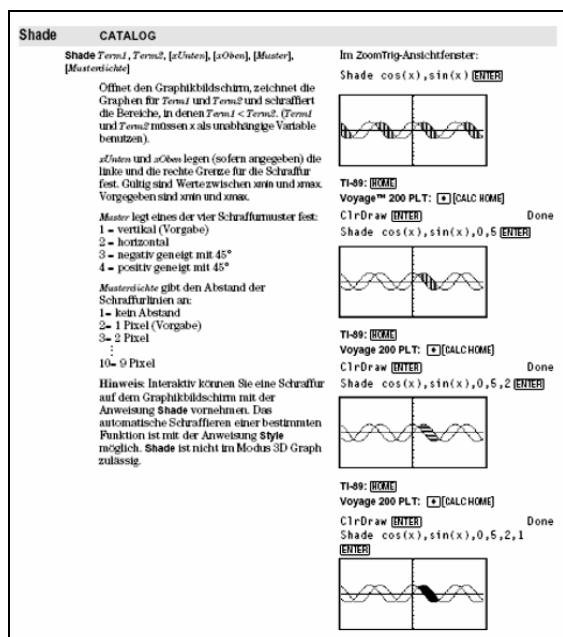
Das englische Wort (meist auch nur ein Kürzel) „Shade“ finden wir in der zweiten Spalte. In der dritten Spalte dieser Zeile können wir die Zahl 100 ablesen und wissen jetzt, dass wir auf Seite 100 im technischen Referenzbuch (digital) einen syntaktischen Hinweis für den Befehl Shade (Schraff) erhalten können.

Kommentar: Im linken Fenster wählen wir mit der Bildlaufzeile die verkleinerte Seite 100 aus und markieren sie mit der Maus.

Adobe Reader/tech_ref-deu.pdf/Seiten/
100/



[B. 11.14]



[B. 11.15]

Hinweis: Wenn Sie die vorgestellten Rechnerhandlungen direkt am Rechner ausprobieren möchten - und dazu raten wir Ihnen - sollten Sie anstelle des Wortes „Shade“ das Wort „Schraff“ verwenden, denn wir gehen nach wie vor davon aus, dass sie mit dem deutschen Sprachmodul (B3) arbeiten. Ansonsten sollten Sie das englische Sprachmodul im MODE-Menü aktivieren.

Ergänzungen: (siehe rechte Spalte im Bild [B. 11.15].)

- Die Anweisung ZoomTrig steht für die Option WINDOW/Zoom/ZoomTrig/. Es stellen sich dann im WINDOW-Menü Fensterparameter ein, die eine ansprechende grafische Darstellung der beiden trigonometrischen Terme $\cos(x)$ und $\sin(x)$ erlauben.
- Mit der Anweisung ClrDraw ist die Grafen- Lösch- Option GRAPH/Draw/ClrDraw/ gemeint.

Aus der Anleitung entwickeln wir in vier Schritten eine GNA, welche als Finalbildschirm die gesuchte Grafik mit Schraffur darstellt.

Erster Schritt: Wir schreiben uns die Syntax des neuen Befehls auf und unterscheiden dabei die Minimalvariante und die optionale Variante.

Die Minimalvariante beschreibt genau die Syntax des Befehls, die unbedingt für eine Wertausgabe notwendig ist und weist die Mindestzahl an notwendigen Argumenten auf. Die optionale Variante dagegen beschreibt die umfassendste Syntax, die man aus der Minimalvariante durch Anfügen zusätzlicher Argumente gestalten kann und weist die Höchstzahl an notwendigen Argumenten auf.

Minimalvariante mit 2 Argumenten:

Schraff(b_1, b_2)

Optionale Variante mit 6 Argumenten:

Schraff($b_1, b_2, [b_3, b_4, b_5, b_6]$)

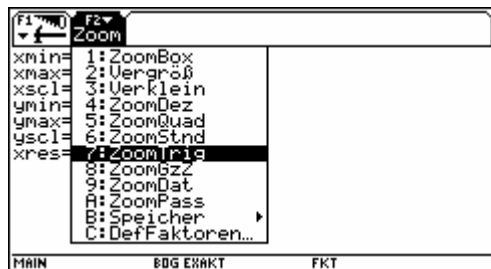
Argument	Bezeichnung	Beispiel 1
b_1	Term 1	$\cos(x)$
b_2	Term 2	$\sin(x)$
b_3	x Unten	0
b_4	x Oben	5
b_5	Muster	2
b_6	Musterdichte	1

Zweiter Schritt: Wir übertragen das Beispiel 1 auf unseren Rechner.



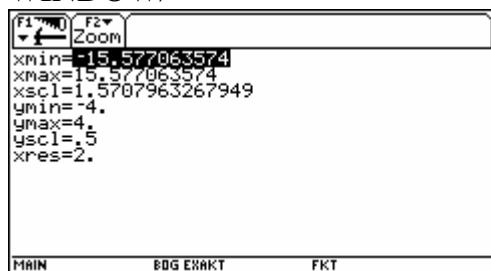
[B. 11.16]

WINDOW/Zoom/



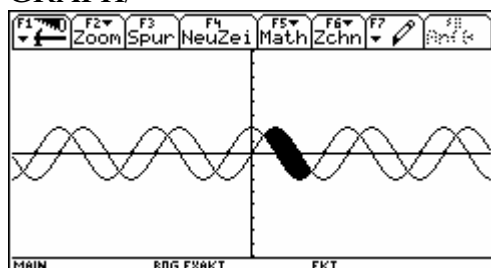
[B. 11.17]

WINDOW/



[B. 11.18]

GRAPH/



[B. 11.19]

Hinweis: Mit dieser Rechnerdokumentation wird keine grafisch-numerische Applikation oder eine CAS-Applikation dargestellt. Die Spurfunktion ist nicht anwendbar (drücke [F3]-Taste). Die Grafen von $\cos(x)$ und $\sin(x)$ sind numerisch nicht auswertbar.

Dritter Schritt: Wir übertragen analog das Beispiel 1 auf Beispiel 2, dass uns die rechnergestützte Lösung unserer Aufgabe demonstriert. Wir rufen uns zunächst den Aufgabentext wieder in Erinnerung: Schraffieren Sie die eingeschlossene Fläche, die sich aus dem Grafenschnitt der beiden Funktionen f

und g mit $f(x) := x^2$, $g(x) := x$ auf dem Intervall $I := [0, 1]$ ergibt. Benutzen Sie u.a. den Befehl HOME/Schraff/.

Wir setzen unsere Rechnerarbeit am Bild [B. 11.10] fort.

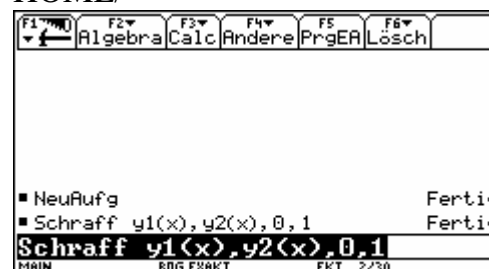
Argument	Bezeichnung	Beispiel 2
b_1	Term 1	$y_1(x)$
b_2	Term 2	$y_2(x)$
b_3	x Unten	0
b_4	x Oben	1
b_5	Muster	-
b_6	Musterdichte	-

Aus der optionalen Variante: Schraff($b_1, b_2, [b_3, b_4, b_5, b_6]$) entscheiden wir uns für die Belegung der ersten 4 Argumente. Die letzten beiden optionalen Parameter Muster und Musterdichte werden nicht von uns belegt:

Schraff($y_1(x), y_2(x), 0, 1$).

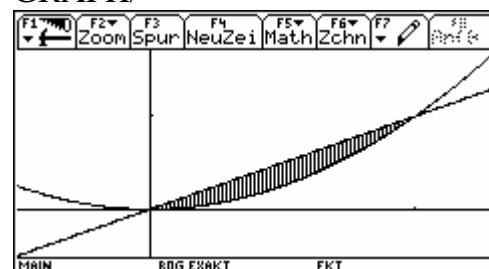
Vierter Schritt: Wir entwickeln die begonnene GNA weiter.

HOME/



[B. 11.20]

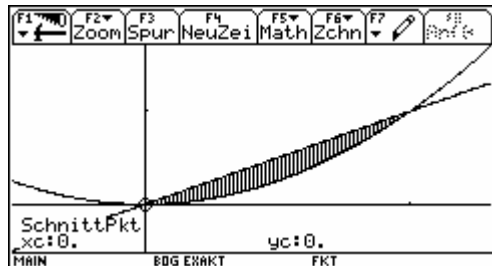
GRAPH/



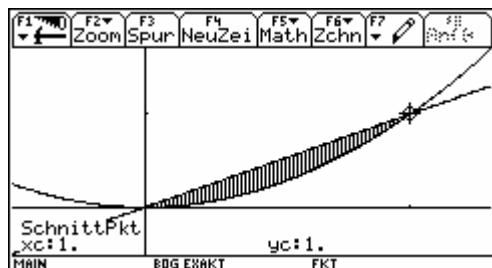
[B. 11.21]

Um eine Interpretation anzugeben, testen wir die dargestellten Objekte, indem wir die bekannte Option GRAPH/Math/SchnittPkt/ nutzen und die beiden Schnittpunkte, die zur schraffierten Fläche gehören, numerisch bestimmen.

GRAPH/Math/SchnittPkt/



[B. 11.22]



[B. 11.23]

Interpretation: Die beiden Schnittpunkte sind (0,0) und (1,1) und liegen im Intervall I.

Der Schraffurtest ist mit dieser GNA und den Finalbildschirmen [B. 11.22] und [B. 11.23] positiv beantwortet.

Hinweis: Wer nicht so gern mit einem digitalisierten Handbuch arbeitet, kann auch auf ein gedrucktes Handbuch in zwei Bänden der Firma Texas Instruments zurückgreifen.

Käuflich zu erwerben sind beide Bände beim **Math-College®** - Privates Institut für Schulmathematik unter

www.math-college-shop.de

(solange der Vorrat reicht).

12 Umgang mit Listen

Beispiel 12.1:

Ordne die Zahlen. Beginne mit der kleinsten Zahl.

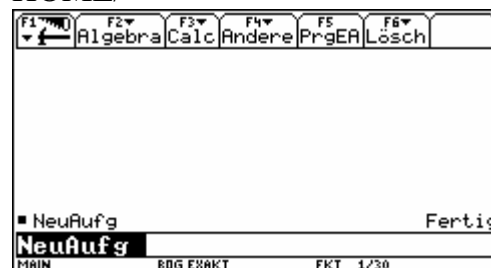
$-0.4, -8.3, 8^{\frac{1}{4}}, \frac{45}{23}, 0, 0.412, 0.6, -0.01, -\sqrt{0.014}$

Eine rechnergestützte Herangehensweise erwartet eine Übertragung dieser „Zahlenkolonne“ in eine Liste. Beim Voyage™ 200 benutzt man hierzu die Schreibweise, die sonst für Mengen üblich ist.

Eine Liste im Voyage™ 200 ist eine Aneinanderreihung diverser Ausdrücke, die von geschweiften Klammern eingeschlossen wird. In der Eingabe werden die einzelnen Listenelemente jeweils durch ein Komma getrennt.

Wir führen als erstes eine HOME-Bereinigung (B9) durch.

HOME/



[B. 12.1]

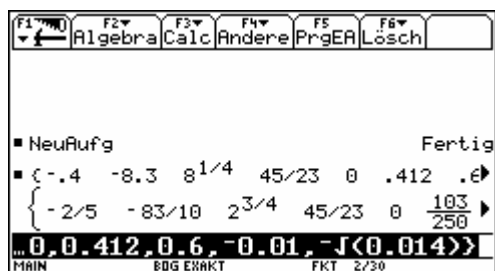
Kommentar: Wir geben die Liste ein.

☉ Drücke **[2nd]** **[{]** für **[{]**.

Trennen Sie beim Eingeben der Elemente diese jeweils durch ein Komma:

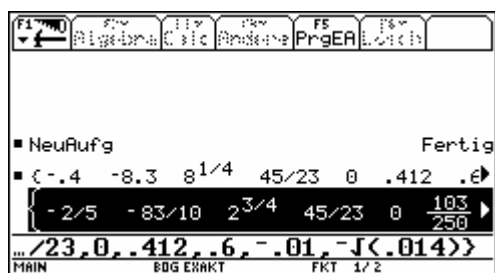
$-0.4, -8.3, 8^{\frac{1}{4}}, \frac{45}{23}, 0, 0.412, 0.6, -0.01, -\sqrt{0.014}$.

☉ Drücke **[2nd]** **[)]** für **[}]** **[ENTER]**.



[B. 12.2]

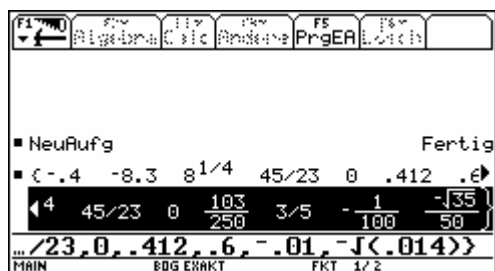
☉ Drücke \odot .



[B. 12.3]

Kommentar: Um die ausgegebene symbolische Liste im Protokoll betrachten zu können, markiert man die Liste (invertierte Darstellung eines Listenabschnittes) und benutzt mehrmals die Cursortasten \odot und \odot . Im Ganzen kann man eine so „lange“ Liste nicht im HOME-Fenster darstellen.

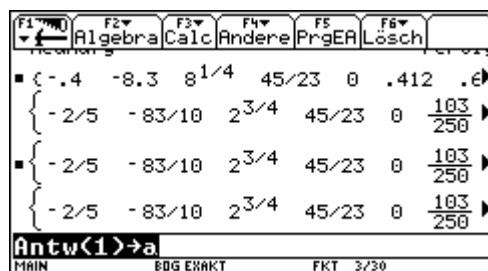
☉ Drücke \odot (14-mal).



[B. 12.4]

Kommentar: Wir speichern die Liste als letzte Antwort global unter dem Symbol a ab.

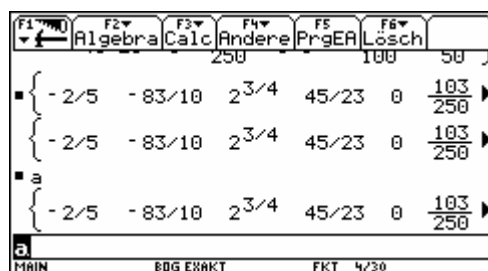
☉ Drücke \odot $\boxed{\text{STO}}$ \boxed{A} $\boxed{\text{ENTER}}$.



[B. 12.5]

Kommentar: Wir werten den Bezeichner a symbolisch aus.

☉ Drücke \boxed{A} $\boxed{\text{ENTER}}$.



[B. 12.6]

Interpretation: Nach symbolischer Auswertung des Bezeichners a erhält man obige Liste wieder zurück. Die einzelnen 9 Elemente kann man als exakte Zahlen interpretieren. Zu der Darstellung aus der Aufgabe lässt sich folgende umkehrbar-eindeutige Zuordnung herstellen:

Gegeben	Symbole	Näherungswerte
-0.4	$-2/5$	-0.4
-8.3	$-83/10$	-8.3
$\frac{1}{8^4}$	$2^{3/4}$	1.68179
$\frac{45}{23}$	$45/23$	1.95652
0	0	0.0
0.412	$\frac{103}{250}$	0.412
0.6	$3/5$	0.6
-0.01	$-\frac{1}{100}$	-0.01
$-\sqrt{0.014}$	$-\frac{\sqrt{35}}{50}$	-0.118322

Wir versuchen nun, die gewünschte Ordnung zwischen den 9 Elementen der Liste a rechnergestützt herzustellen.

Kommentar: Wir bedienen uns der speziellen Listenbefehle aus dem MATH/Liste-Menü:

SortAufw für Aufgabe a). **SortAbw** für Aufgabe b).

Die Syntax erfahren wir aus dem digitalisierten Handbuch. Vergleiche hierzu das Deutsch/Englisch-Wörterbuch (Tabelle T1) aus dem Anhang:

Sin ⁻¹ (sin ⁻¹ (104
SkalarP(dotP(34
SortAbw	SortD	109
SortAufw	SortA	108
SpchBild	StoPic	110

Auf Seite 108 finden wir im digitalisierten Handbuch „tech_ref-deu.pdf“ Hinweise für den entsprechenden englischen Befehl SortA.

Wir adaptieren ins Deutsche und wenden uns dabei wieder der Lösung unserer Aufgabe aus Beispiel 12.1 zu.

- ☉ Drücke **2nd** **5** für **[MATH]**.
- ☉ Drücke **↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓**.

HOME/MATH/Liste/



[B. 12.7]

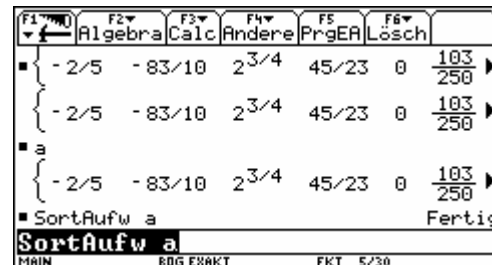
- ☉ Drücke **[ENTER]**.

Kommentar: Wir wollen die 9 Elemente der Liste a nach der Kleiner-Relation (<) umordnen und als Liste unter glei-

chem Namen a erneut abspeichern. Beides soll der SortAufw-Befehl realisieren.

- ☉ Drücke **A** **[ENTER]**.

HOME/MATH/Liste/SortAufw/

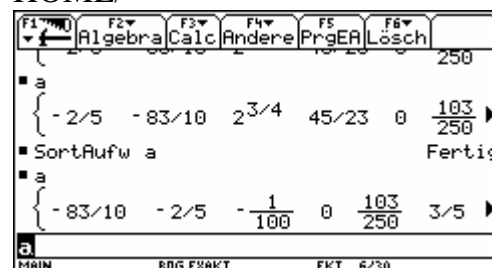


[B. 12.8]

Kommentar: Die neue, umgeordnete Liste zeigt sich bei symbolischer Auswertung des Bezeichners a .

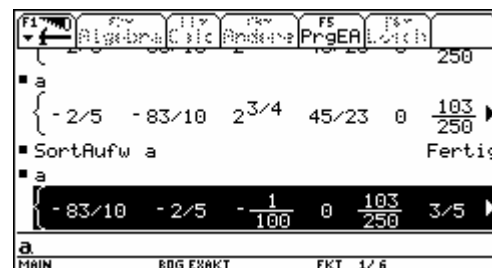
- ☉ Drücke **A** **[ENTER]**.

HOME/



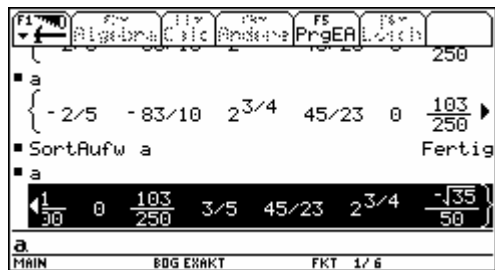
[B. 12.9]

- ☉ Drücke **↶**.



[B. 12.10]

- ☉ Drücke **↷** (14-mal).











[B. 12.11]

Interpretation: Die umgeordnete Liste a in aufsteigender Reihenfolge lautet:

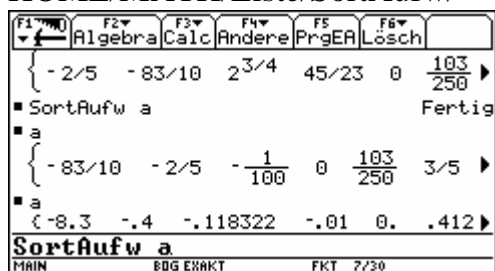
$$\left\{-83/10, -2/5, -\frac{1}{100}, 0, \frac{103}{250}, 3/5, 45/23, 2^{3/4}, \frac{-\sqrt{35}}{50}\right\}$$

Wir sind mit der symbolischen Auswertung unzufrieden. Die Umordnung der 9 reellen Zahlen ist mithilfe des Befehls `SortAufw` im EXAKT-Modus nicht gelungen.

Kommentar: Wir rufen erneut den Befehl `SortAufw a` auf und werten ihn approximativ aus.

 Drücke      
.

HOME/MATH/Liste/SortAufw/

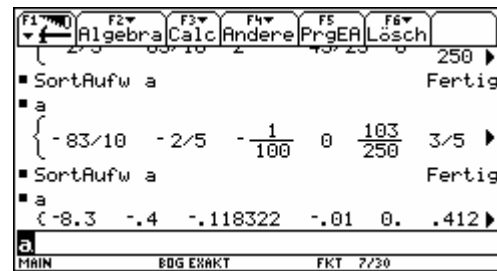


[B. 12.12]

Kommentar: Wir werten die umgeordnete Liste a ebenfalls approximativ aus.

© Drücke A ☐ ☐ ENTER.

HOME/



[B. 12.13]

Interpretation: Wir erhalten aus a eine Liste mit 9 endlichen Dezimalbrüchen als Näherungswerte:

$$\{-8.3, -0.4, -0.118322, -0.01, 0.0, 0.412, 0.6, 1.68179, 1.95652\}$$

Mithilfe der Zuordnungstabelle ergibt sich schließlich:

$$\{-8.3, -0.4, -\sqrt{0.014}, -0.01, 0, 0.412, 0.6, 8^{1/4}, \frac{45}{23}\}$$

Fazit: Der MATH/Liste/SortAufw/-Befehl wird seiner zugewiesenen Aufgabe nur bei approximativer Auswertung gerecht. Analoges gilt auch für den MATH/Liste/SortAbw/-Befehl.

Beim Rechnen mit endlich langen Dezimalzahlen im approximativen Modus, auch Maschinenzahlen genannt, gibt es Besonderheiten zu beachten:



V200-INFO-12-1: Numerisches Rechnen mit Maschinenzahlen wird im EXAKT-Modus nur durch approximative Auswertungen simuliert. Die Menge aller dieser „Maschinenzahlen“ ist

- **nicht** dicht und
- beschränkt (endlich).

Konsequenzen: Rechenoperationen sind nicht immer ausführbar und es gelten keine Rechengesetze.

Wir wissen:

Die Zahlenbereiche \mathbb{Q}_+ , \mathbb{Q} und \mathbb{R} sind dichte Zahlenbereiche. So gilt beispielsweise in \mathbb{Q} : Für alle rationalen Zahlen a, b mit $a < b$ gibt es eine (weitere) rationale Zahl c , sodass gilt: $a < c$ und $c < b$.

Konsequenzen: In dichten Zahlenbereichen gibt es keine Nachfolgerrelation. Dichte Zahlenbereiche sind aber auch für eine Grenzwertdefinition unbedingt notwendig.

Beispiel 12.2:

Gegeben sind die zwei Listen a und b mit jeweils vier Elementen:

$$\{2, 3, 4, 5\} \rightarrow a$$

$$\{4, 5, 0, 9\} \rightarrow b$$

F1 ↩	F2 Algebra	F3 Calc	F4 Andere	F5 PrgEA	F6 Lösch	
■ NeuAufg Fertig						
■ (2 3 4 5) → a				(2 3 4 5)		
■ (4 5 0 9) → b				(4 5 0 9)		
(4,5,0,9)→b						
MAIN BDG EXAKT FKT 3/30						

[B. 12.14]

Führen Sie die folgenden Rechnungen aus und interpretieren Sie die Ausgaben:

- a) $3 \cdot a$ b) $a + b$
c) $a \cdot b$ d) $a \div b$

Lösung zu a):

F1	F2	F3	F4	F5	F6	
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch		
<div> <div>■ NeuAufg</div> <div>Fertig</div> </div> <div> <div>■ {2 3 4 5} → a</div> <div>{2 3 4 5}</div> </div> <div> <div>■ {4 5 0 9} → b</div> <div>{4 5 0 9}</div> </div> <div> <div>■ 3 * a</div> <div>{6 9 12 15}</div> </div>						
<div> <div>3 * a</div> <div></div> </div> <div> <div>MAIN</div> <div>BDG EXAKT</div> <div>FKT 4/30</div> </div>						

[B. 12.15]

Interpretation:

- a) Die Multiplikation der Liste a mit der Zahl 3 ergibt eine Liste mit vier Elementen, wobei jedes Element der „neuen“ Liste gegenüber der ursprünglichen Liste a den dreifachen Wert angenommen hat.

Lösungen zu b, c, d):

F1	F2	F3	F4	F5	F6	
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch		
NeuAufg Fertig						
{2 3 4 5} → a				{2 3 4 5}		
{4 5 0 9} → b				{4 5 0 9}		
3 · a				{6 9 12 15}		
a + b				{6 8 4 14}		
a · b				{8 15 0 45}		
$\frac{a}{b}$				{1/2 3/5 undef 5/9}		
a/b						
BDG EXAKT				FKT 7/30		

[B. 12.16]

Interpretation:

- b) Die Addition der beiden Listen a und b ergibt wieder eine Liste mit vier Elementen. Dabei werden durch die Addition entsprechende Elemente miteinander verknüpft.
- c) Die Multiplikation der beiden Listen a und b ergibt wieder eine Liste mit vier Elementen. Dabei werden durch die Multiplikation entsprechende Elemente miteinander verknüpft.
- d) Die Division der beiden Listen a und b ergibt wieder eine Liste mit vier Elementen. Dabei werden durch die Division entsprechende Elemente miteinander verknüpft. Die Division durch Null ist auch hier nicht ausführbar.

Beispiel 12.3:

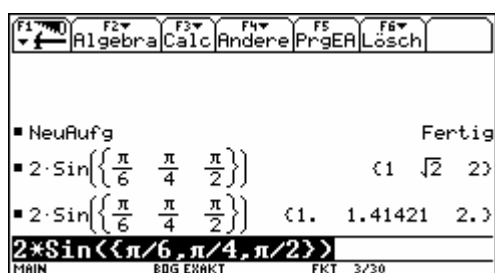
Beide Listen, die miteinander verknüpft werden sollen, müssen gleich viele Elemente haben. Ansonsten reagiert der Rechner mit der Anzeige: „Dimensionsfehler“. Probieren Sie es aus.



V200-INFO-12-2: Werden zwei Listen symbolisch miteinander verknüpft, dann müssen beide Listen gleichviele Elemente haben, ansonsten wird ein Dimensionsfehler angezeigt.

Beispiel 12.4:

Man kann auch Listen als Argumente von Funktionstermen benutzen.

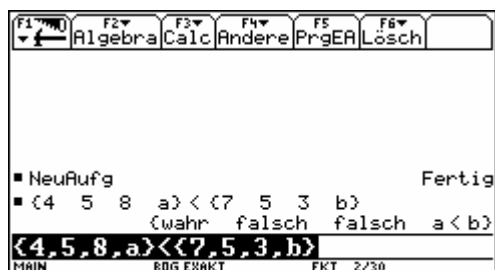


[B. 12.17]

Interpretation: Der Funktionswert ist wieder eine Liste. Die Auswertung kann symbolisch als auch approximativ gestaltet werden.

Beispiel 12.5:

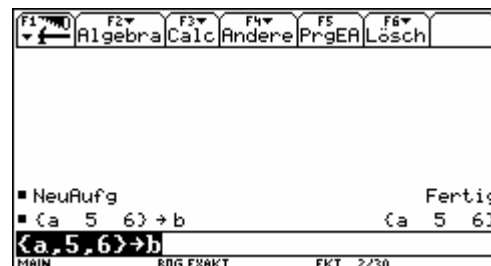
Man kann auch Listen mit gleichvielen Elementen in eine Relation setzen. In symbolischer Auswertung erhält man im Falle von Aussagen entsprechende Wahrheitswerte.



[B. 12.18]

Beispiel 12.6:

- (I) Belegen Sie global das Symbol b durch die Liste $\{a, 5, 6\}$. Das Symbol a muss dabei wertfrei sein.
- (II) Belegen Sie dann a global durch den Bezeichner b .
- (III) Was wird passieren?



[B. 12.19]

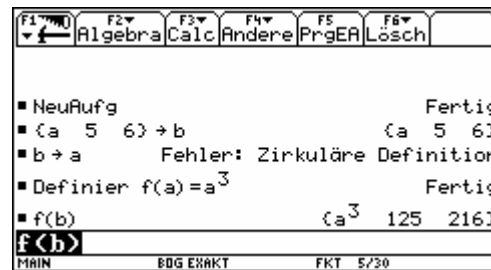
☉ Drücke B [STO] A [ENTER].



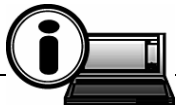
[B. 12.20]

☉ Drücke [ESC].

Beim lokalen Belegen kann diese Fehleranzeige prinzipiell umgangen werden.



[B. 12.21]



V200-INFO-12-3: Beim globalen Belegen von Symbolen ist darauf zu achten, dass der Bezeichner nicht den Namen trägt, der auch als wertfreies Symbol im zugewiesenen Wert erscheint, ansonsten wird vom Voyage™ 200 der Fehler: Zirkuläre Definition angezeigt.

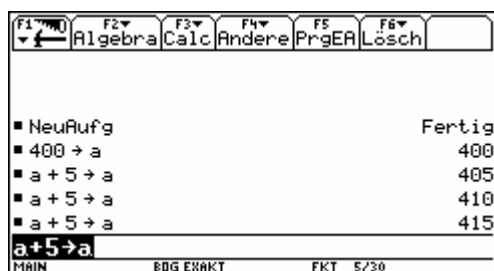
Bemerkung: Die Fehleranzeige „Zirkuläre Definition“ fällt auch dann weg, wenn der Name des Bezeichners auch im Wert vorkommt und dort ebenso global belegt ist.

Beispiel 12.7:



[B. 12.22]

Der Fehler „Zirkuläre Definition“ wird angezeigt, weil das Symbol a im Wert wertfrei ist.



[B. 12.23]

Der Fehler „Zirkuläre Definition“ wird nicht angezeigt, weil das Symbol a im Wert nicht wertfrei ist.

Anhang

Tabelle T1 (Wörterbuch Deutsch/Englisch)

Deutsch	Englisch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
Abbruch	Exit	40	1019
Abfrage	Request	90	1069
abs(abs(8	987
and	and	8	987
Antw(ans(10	989
approx(approx(10	989
Archiv	Archive	10	989
AusArchv	Unarchiv	120	1099
Ausdr(expr(42	1021
Ausgabe	Output	75	1054
►Bin	►Bin	11	990
BogLng(arcLen(10	989
cFaktor(cFactor(13	992
checkTmr(checkTmr(14	993
cLöse(cSolve(20	999
cNullSt(cZeros(24	1003
Cos(cos(18	997
Cosh(cosh(19	998
$\text{Cosh}^{-1}()$	$\text{cosh}^{-1}()$	19	998
$\text{Cos}^{-1}()$	$\text{cos}^{-1}()$	18	997
CustmAus	CustmOff	23	1002
CustmEin	CustmOn	23	1002
Custom	Custom	23	1002
►DD	►DD	27	1006
defEinh(setUnits(99	1078
defGraph(setGraph(96	1075
Definier	Define	28	1007
defModus(setMode(97	1076
defTabl(setTable(98	1077
defVerz(setFold(95	1074
Det(det(32	1011
►Dez	►Dec	27	1006
DGLöse(deSolve(30	1009
Diag(diag(32	1011
DiagForm(rref(93	1072
Dialog	Dialog	32	1011

Deutsch	Englisch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
d (differenziere	d (differentiate	26	1005
DiffQuot(avgRC(11	990
Dim(dim(33	1012
DropDown	DropDown	36	1015
Durchf	Exec	39	1018
E	E	37	1016
e^{\wedge} (e^{\wedge} (37	1016
EigVek(eigVc(37	1016
EigWert(eigVl(38	1017
EineVar	OneVar	74	1053
Eingab(entry(39	1018
Eingabe	Input	55	1034
EingStr	InputStr	55	1034
EinhM(identity(54	1033
EinhV(unitV(120	1099
Else	Else	38	1017
Elseif	Elseif	38	1017
EndCustm	EndCustm	38	1017
EndDlog	EndDlog	38	1017
EndFkt	EndFunc	38	1017
EndFor	EndFor	38	1017
EndIf	EndIf	38	1017
EndLoop	EndLoop	38	1017
EndPrgm	EndPrgm	38	1017
EndTBar	EndTBar	38	1017
EndTry	EndTry	38	1017
EndWhile	EndWhile	38	1017
EntfVar	DelVar	29	1008
EntfVerz	DelFold	29	1008
Entsperr	Unlock	121	1100
Entwick(expand(40	1019
ErszBild	RplcPic	93	1072
ErzDat	BldData	12	991
exakt(exact(39	1018
ExpRegr	ExpReg	42	1021
ExtrTerm(part(76	1055
Faktor(factor(42	1021
falsch	false	k.A.	k.A.
Fkt	Func	47	1026
FktAus	FnOff	45	1024

Deutsch	Englisch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
FktEin	FnOn	45	1024
fMax(fMax(44	1023
fMin(fMin(45	1024
Folge(seq(94	1073
FolgSpur	Trace	119	1098
For	For	46	1025
Format(format(46	1025
Fülle	Fill	44	1023
GanzDiv(intDiv(56	1035
GanzZahl(int(56	1035
gemNenn(comDenom(16	995
ggT(gcd(47	1026
GibEin	Prompt	81	1060
►GMS	►DMS	34	1013
Goto	Goto	52	1031
Graph	Graph	53	1032
►Hex	►Hex	53	1032
holDatum()	getDate()	48	1027
holDtFmt()	getDtFmt()	49	1028
holDtStr(getDtStr(49	1028
Hole	Get	47	1026
HoleBer	GetCalc	47	1026
HoleBild	RclPic	88	1067
holeEinh()	getUnits()	52	1031
HoleGDB	RclGDB	88	1067
holeNenn(getDenom(48	1027
holeTast()	getKey()	49	1028
holeTyp(getType(51	1030
holeVerz()	getFold()	49	1028
HoleZeit()	getTime()	50	1029
holeZtZn()	getTmZn()	51	1030
holeZähl(getNum(50	1029
holKonfg()	getConfig()	48	1027
HolModus(getMode(50	1029
holZtFmt()	getTmFmt()	50	1029
holZtStr(getTmStr(50	1029
HorzLin	LineHorz	59	1038
hängean(augment(11	990
If	If	54	1033
ImagT(imag(55	1034

Deutsch	Englisch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
inString(inString(56	1035
(integriere	(integrate	56	1035
istPrim(isPrime(57	1036
istUhrAn()	isClkOn()	57	1036
►Kartes	►Rect	89	1068
kgV(lcm(58	1037
Kombinat(nCr(69	1048
Konj(conj(17	996
KopieVar	CopyVar	17	996
Kreis	Circle	14	993
KreuzP(crossP(20	999
KubRegr	CubicReg	22	1001
►KugKord	►Sphere	109	1088
kumSum(cumSum(22	1001
LglchSys(simult(103	1082
LgstRegr	Logistic	64	1043
limes(limit(58	1037
Linie	Line	59	1038
links(left(58	1037
LinRegr	LinReg	61	1040
list►Mat(list►mat(61	1040
△Liste(△List(61	1040
ln(ln(62	1041
LnRegr	LnReg	62	1041
log(log(63	1042
Lokal	Local	63	1042
Loop	Loop	64	1043
LR	LU	65	1044
LöBild	ClrDraw	14	993
LöEA	ClrIO	15	994
LöFehler	ClrErr	15	994
LöGraph	ClrGraph	15	994
LöHaupt	ClrHome	15	994
Löse(solve(106	1085
Lösg►Lst(exp►list(40	1019
LöTabl	ClrTable	16	995
Marke	Lbl	57	1036
Mat►list(mat►list(65	1044
max(max(66	1045
Median(median(66	1045

Deutsch	Englisch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
MedMed	MedMed	67	1046
min(min(68	1047
Mitt(mid(67	1046
Mittelw(mean(66	1045
Mod(mod(68	1047
mZeilAdd(mRowAdd(69	1048
mZeile(mRow(68	1047
NaKomma(fpart(46	1025
NeuAufg	NewProb	71	1050
NeuBild	NewPic	70	1049
NeuDaten	NewData	70	1049
neuList(newList(70	1049
neuMat(newMat(70	1049
NeuPlot	NewPlot	71	1050
NeuVerz	NewFold	70	1049
nicht	not	72	1051
Norm(norm(72	1051
NullSt(zeros(123	1102
numAbl(nDeriv(69	1048
numInt(nInt(72	1051
numLöse(nSolve(73	1052
Objekt	Item	57	1036
or	or	74	1053
Ord(ord(75	1054
P►Rx(P►Rx(76	1055
P►Ry(P►Ry(76	1055
Pause	Pause	78	1057
Permutat(nPr(73	1052
PktAus	PtOff	82	1061
PktEin	PtOn	82	1061
PktTest(ptTest(82	1061
PktText	PtText	82	1061
PktWechs	PtChg	82	1061
PlotsAus	PlotsOff	79	1058
PlotsEin	PlotsOn	79	1058
►Polar	►Polar	79	1058
PolAuswt(polyEval(79	1058
PopUp	PopUp	80	1059
PotzRegr	PowerReg	80	1059
Prgm	Prgm	80	1059

Deutsch	Englisch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
[(Produkt	[(product	137	1116
Produkt(product(81	1060
PxlAus	PxlOff	84	1063
PxlEin	PxlOn	84	1063
PxlHorz	PxlHorz	83	1062
PxlKreis	PxlCrcl	83	1062
PxlLinie	PxlLine	83	1062
PxlTest(pxlTest(84	1063
PxlText	PxlText	84	1063
PxlVert	PxlVert	85	1064
PxlWechs	PxlChg	82	1061
PzlBruch(propFrac(81	1060
QR	QR	85	1064
QuadRegr	QuadReg	86	1065
QuartReg	QuartReg	86	1065
R►Pr(R►Pr(87	1066
R►PΘ(R►PΘ(87	1066
RealT(real(88	1067
rechts(right(91	1070
Rest(remain(90	1069
rotiere(rotate(91	1070
runde(round(92	1071
rundGrö(ceiling(12	991
rundKle(floor(44	1023
Rückgabe	Return	90	1069
Schraff	Shade	100	1079
SendCalc	SendCalc	94	1073
SendChat	SendChat	94	1073
Sende	Send	93	1072
setDatum(setDate(95	1074
setDtFmt(setDtFmt(95	1074
setZeit(setTime(98	1077
setZtFmt(setTmFmt(98	1077
setZtZn(setTmZn(98	1077
shift(shift(101	1080
sign(sign(102	1081
Sin(sin(103	1082
Sinh(sinh(104	1083
Sinh ⁻¹ (sinh ⁻¹ (105	1084
SinRegr	SinReg	105	1084

Deutsch	Englisch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
Sin ⁻¹ (sin ⁻¹ (104	1083
SkalarP(dotP(34	1013
SortAbw	SortD	109	1088
SortAufw	SortA	108	1087
SpchBild	StoPic	110	1089
SpchGDB	StoGDB	110	1089
Sperre	Lock	63	1042
SplDim(colDim(16	995
SplNorm(colNorm(16	995
startTmr()	startTmr()	109	1088
StatAnz	ShowStat	102	1081
Stdabw(stdDev(109	1088
Stop	Stop	110	1089
String(string(111	1090
SubMat(subMat(111	1090
Σ(Summe	Σ(sum	137	1116
Summe(sum(111	1090
T	T	112	1091
Tabelle	Table	113	1092
Tan(tan(113	1092
TangLin	LineTan	60	1039
Tanh(tanh(114	1093
Tanh ⁻¹ (tanh ⁻¹ (114	1093
Tan ⁻¹ (tan ⁻¹ (114	1093
Taylor(taylor(115	1094
ΔtempUmw(ΔtmpCnv(118	1097
tempUmw(tmpCnv(117	1096
tEntwick(tExpand(116	1095
Text	Text	116	1095
Then	Then	116	1095
Titel	Title	117	1096
Toolbar	Toolbar	118	1097
Try	Try	119	1098
tZusamm(tCollect(115	1094
UhrAn	ClockOn	14	993
UhrAus	ClockOff	14	993
Umbenenn	Rename	90	1069
UmFenst(switch(112	1091
# Umleitung	# indirection	138	1117
UndBild	AndPic	9	988

Deutsch	Englisch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
Varianz(variance(121	1100
Vergröß	ZoomIn	127	1106
Verklein	ZoomOut	128	1107
VertLin	LineVert	60	1039
Verw(ref(89	1068
VorKomma(iPart(56	1035
VschVar	MoveVar	68	1047
wahr	true	k.A.	k.A.
when(when(121	1100
While	While	122	1101
Winkel(angle(9	988
wochTag(dayOfWk(27	1006
xor	xor	122	1101
XorBild	XorPic	123	1102
ZchFkt	DrawFunc	34	1013
ZchGerad	DrawSlp	35	1014
ZchInv	DrawInv	35	1014
ZchKtur	DrwCtour	36	1015
Zchn(char(13	992
ZchPara	DrawParm	35	1014
ZchPol	DrawPol	35	1014
ZeiDim(rowDim(92	1071
Zeige	Disp	33	1012
ZeigGraf	DispG	33	1012
ZeigHpt	DispHome	33	1012
ZeigTabl	DispTbl	34	1013
ZeiNorm(rowNorm(92	1071
ZeiStil	Style	111	1090
ZeiTsch(rowSwap(93	1072
zeitUmw(timeCnv(116	1095
ZlAdd(rowAdd(92	1071
ZoomBox	ZoomBox	125	1104
ZoomDat	ZoomData	126	1105
ZoomDez	ZoomDec	126	1105
ZoomGzZ	ZoomInt	127	1106
ZoomLad	ZoomRcl	128	1107
ZoomPass	ZoomFit	127	1106
ZoomQuad	ZoomSqr	128	1107
ZoomSpch	ZoomSto	129	1108
ZoomStnd	ZoomStd	129	1108

Deutsch	Englisch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
ZoomTrig	ZoomTrig	129	1108
ZoomVorh	ZoomPrev	128	1107
ZufallZ(rand(87	1066
ZufMat(randMat(87	1066
ZufNorm(randNorm(88	1067
ZufPoly(randPoly(88	1067
ZufStart	RandSeed	88	1067
ZweiVar	TwoVar	119	1098
ZyklBild	CyclePic	24	1003
Zyklus	Cycle	23	1002
►Zylind	►Cylind	24	1003
ÜbgebFeh	PassErr	78	1057

Tabelle T2 (Wörterbuch Englisch/Deutsch)

Englisch	Deutsch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
abs(abs(8	987
and	and	8	987
AndPic	UndBild	9	988
angle(Winkel(9	988
ans(Antw(10	989
approx(approx(10	989
Archive	Archiv	10	989
arcLen(BogLng(10	989
augment(hängean(11	990
avgRC(DiffQuot(11	990
►Bin	►Bin	11	990
BldData	ErzDat	12	991
ceiling(rundGrö(12	991
cFactor(cFaktor(13	992
char(Zchn(13	992
checkTmr(checkTmr(14	993
Circle	Kreis	14	993
ClockOff	UhrAus	14	993
ClockOn	UhrAn	14	993
ClrDraw	LöBild	14	993
ClrErr	LöFehler	15	994
ClrGraph	LöGraph	15	994

Englisch	Deutsch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
ClrHome	LöHaupt	15	994
ClrIO	LöEA	15	994
ClrTable	LöTabl	16	995
colDim(SplDim(16	995
colNorm(SplNorm(16	995
comDenom(gemNenn(16	995
conj(Konj(17	996
CopyVar	KopieVar	17	996
cos(Cos(18	997
\cos^{-1} (Cos^{-1} (18	997
cosh(Cosh(19	998
\cosh^{-1} (Cosh^{-1} (19	998
crossP(KreuzP(20	999
cSolve(cLöse(20	999
CubicReg	KubRegr	22	1001
cumSum(kumSum(22	1001
CustmOff	CustmAus	23	1002
CustmOn	CustmEin	23	1002
Custom	Custom	23	1002
Cycle	Zyklus	23	1002
CyclePic	ZyklBild	24	1003
►Cylind	►Zylind	24	1003
cZeros(cNullSt(24	1003
dayOfWk(wochTag(27	1006
d (differentiate	d (differenziere	26	1005
►DD	►DD	27	1006
►Dec	►Dez	27	1006
Define	Definier	28	1007
DelFold	EntfVerz	29	1008
DelVar	EntfVar	29	1008
deSolve(DGLöse(30	1009
det(Det(32	1011
diag(Diag(32	1011
Dialog	Dialog	32	1011
dim(Dim(33	1012
Disp	Zeige	33	1012
DispG	ZeigGraf	33	1012
DispHome	ZeigHpt	33	1012
DispTbl	ZeigTabl	34	1013
►DMS	►GMS	34	1013

Englisch	Deutsch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
dotP(SkalarP(34	1013
DrawFunc	ZchFkt	34	1013
DrawInv	ZchInv	35	1014
DrawParm	ZchPara	35	1014
DrawPol	ZchPol	35	1014
DrawSlp	ZchGerad	35	1014
DropDown	DropDown	36	1015
DrwCtour	ZchKtur	36	1015
E	E	37	1016
e^(e^(37	1016
eigVc(EigVek(37	1016
eigVl(EigWert(38	1017
Else	Else	38	1017
ElseIf	ElseIf	38	1017
EndCustm	EndCustm	38	1017
EndDlog	EndDlog	38	1017
EndFor	EndFor	38	1017
EndFunc	EndFkt	38	1017
EndIf	EndIf	38	1017
EndLoop	EndLoop	38	1017
EndPrgm	EndPrgm	38	1017
EndTBar	EndTBar	38	1017
EndTry	EndTry	38	1017
EndWhile	EndWhile	38	1017
entry(Eingab(39	1018
exact(exakt(39	1018
Exec	Durchf	39	1018
Exit	Abbruch	40	1019
exp►list(Lösg►Lst(40	1019
expand(Entwick(40	1019
expr(Ausdr(42	1021
ExpReg	ExpRegr	42	1021
factor(Faktor(42	1021
false	falsch	k.A.	k.A.
Fill	Fülle	44	1023
floor(rundKle(44	1023
fMax(fMax(44	1023
fMin(fMin(45	1024
FnOff	FktAus	45	1024
FnOn	FktEin	45	1024

Englisch	Deutsch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
For	For	46	1025
format(Format(46	1025
fPart(NaKomma(46	1025
Func	Fkt	47	1026
gcd(ggT(47	1026
Get	Hole	47	1026
GetCalc	HoleBer	47	1026
getConfig()	holKonfg()	48	1027
getDate()	holDatum()	48	1027
getDenom(holeNenn(48	1027
getDtFmt()	holDtFmt()	49	1028
getDtStr(holDtStr(49	1028
getFold()	holeVerz()	49	1028
getKey()	holeTast()	49	1028
getMode(HolModus(50	1029
getNum(holeZähl(50	1029
getTime()	HoleZeit()	50	1029
getTmFmt()	holZtFmt()	50	1029
getTmStr(holZtStr(50	1029
getTmZn()	holeZtZn()	51	1030
getType(holeTyp(51	1030
getUnits()	holeEinh()	52	1031
Goto	Goto	52	1031
Graph	Graph	53	1032
►Hex	►Hex	53	1032
identity(EinhM(54	1033
If	If	54	1033
imag(ImagT(55	1034
# indirection	# Umleitung	138	1117
Input	Eingabe	55	1034
InputStr	EingStr	55	1034
inString(inString(56	1035
int(GanzZahl(56	1035
intDiv(GanzDiv(56	1035
∫(integrate	∫(integriere	56	1035
iPart(VorKomma(56	1035
isClkOn()	istUhrAn()	57	1036
isPrime(istPrim(57	1036
Item	Objekt	57	1036
Lbl	Marke	57	1036

Englisch	Deutsch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
lcm(kgV(58	1037
left(links(58	1037
limit(limes(58	1037
Line	Linie	59	1038
LineHorz	HorzLin	59	1038
LineTan	TangLin	60	1039
LineVert	VertLin	60	1039
LinReg	LinRegr	61	1040
△List(△Liste(61	1040
list►mat(list►Mat(61	1040
ln(ln(62	1041
LnReg	LnRegr	62	1041
Local	Lokal	63	1042
Lock	Sperre	63	1042
log(log(63	1042
Logistic	LgstRegr	64	1043
Loop	Loop	64	1043
LU	LR	65	1044
mat►list(Mat►list(65	1044
max(max(66	1045
mean(Mittelw(66	1045
median(Median(66	1045
MedMed	MedMed	67	1046
mid(Mitt(67	1046
min(min(68	1047
mod(Mod(68	1047
MoveVar	VschVar	68	1047
mRow(mZeile(68	1047
mRowAdd(mZeilAdd(69	1048
nCr(Kombinat(69	1048
nDeriv(numAbl(69	1048
NewData	NeuDaten	70	1049
NewFold	NeuVerz	70	1049
newList(neuList(70	1049
newMat(neuMat(70	1049
NewPic	NeuBild	70	1049
NewPlot	NeuPlot	71	1050
NewProb	NeuAufg	71	1050
nInt(numInt(72	1051
norm(Norm(72	1051

Englisch	Deutsch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
not	nicht	72	1051
nPr(Permutat(73	1052
nSolve(numLöse(73	1052
OneVar	EineVar	74	1053
or	or	74	1053
ord(Ord(75	1054
Output	Ausgabe	75	1054
P►Rx(P►Rx(76	1055
P►Ry(P►Ry(76	1055
part(ExtrTerm(76	1055
PassErr	ÜbgebFeh	78	1057
Pause	Pause	78	1057
PlotsOff	PlotsAus	79	1058
PlotsOn	PlotsEin	79	1058
►Polar	►Polar	79	1058
polyEval(PolAuswt(79	1058
PopUp	PopUp	80	1059
PowerReg	PotzRegr	80	1059
Prgm	Prgm	80	1059
[(product	[(Produkt	137	1116
product(Produkt(81	1060
Prompt	GibEin	81	1060
propFrac(PzlBruch(81	1060
PtChg	PktWechs	82	1061
PtOff	PktAus	82	1061
PtOn	PktEin	82	1061
ptTest(PktTest(82	1061
PtText	PktText	82	1061
PxlChg	PxlWechs	82	1061
PxlCrcl	PxlKreis	83	1062
PxlHorz	PxlHorz	83	1062
PxlLine	PxlLinie	83	1062
PxlOff	PxlAus	84	1063
PxlOn	PxlEin	84	1063
pxlTest(PxlTest(84	1063
PxlText	PxlText	84	1063
PxlVert	PxlVert	85	1064
QR	QR	85	1064
QuadReg	QuadRegr	86	1065
QuartReg	QuartReg	86	1065

Englisch	Deutsch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
R►Pr(R►Pr(87	1066
R►PΘ(R►PΘ(87	1066
Rand(ZufallZ(87	1066
randMat(ZufMat(87	1066
randNorm(ZufNorm(88	1067
randPoly(ZufPoly(88	1067
RandSeed	ZufStart	88	1067
RclGDB	HoleGDB	88	1067
RclPic	HoleBild	88	1067
real(RealT(88	1067
►Rect	►Kartes	89	1068
ref(Verw(89	1068
remain(Rest(90	1069
Rename	Umbenenn	90	1069
Request	Abfrage	90	1069
Return	Rückgabe	90	1069
right(rechts(91	1070
rotate(rotiere(91	1070
round(runde(92	1071
rowAdd(ZlAdd(92	1071
rowDim(ZeiDim(92	1071
rowNorm(ZeiNorm(92	1071
rowSwap(ZeiTsch(93	1072
RplcPic	ErszBild	93	1072
rref(DiagForm(93	1072
Send	Sende	93	1072
SendCalc	SendCalc	94	1073
SendChat	SendChat	94	1073
seq(Folge(94	1073
setDate(SetDatum(95	1074
setDtFmt(SetDtFmt(95	1074
setFold(defVerz(95	1074
setGraph(defGraph(96	1075
setMode(defModus(97	1076
setTable(defTabl(98	1077
setTime(setZeit(98	1077
setTmFmt(setZtFmt(98	1077
setTmZn(setZtZn(98	1077
setUnits(defEinh(99	1078
Shade	Schraff	100	1079

Englisch	Deutsch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
shift(shift(101	1080
ShowStat	StatAnz	102	1081
Sign(sign(102	1081
simult(LglchSys(103	1082
sin(Sin(103	1082
\sin^{-1} (Sin^{-1} (104	1083
sinh(Sinh(104	1083
\sinh^{-1} (Sinh^{-1} (105	1084
SinReg	SinRegr	105	1084
solve(Löse(106	1085
SortA	SortAufw	108	1087
SortD	SortAbw	109	1088
►Sphere	►KugKord	109	1088
startTmr()	startTmr()	109	1088
stdDev(Stdabw(109	1088
StoGDB	SpchGDB	110	1089
Stop	Stop	110	1089
StoPic	SpchBild	110	1089
string(String(111	1090
Style	ZeiStil	111	1090
subMat(SubMat(111	1090
sum(Summe(111	1090
Σ (sum	Σ (Summe	137	1116
switch(UmFenst(112	1091
T	T	112	1091
Table	Tabelle	113	1092
tan(Tan(113	1092
\tan^{-1} (Tan^{-1} (114	1093
tanh(Tanh(114	1093
\tanh^{-1} (Tanh^{-1} (114	1093
taylor(Taylor(115	1094
tCollect(tZusamm(115	1094
tExpand(tEntwick(116	1095
Text	Text	116	1095
Then	Then	116	1095
timeCnv(zeitUmw(116	1095
Title	Titel	117	1096
tmpCnv(tempUmw(117	1096
Δ tmpCnv(Δ tempUmw(118	1097
Toolbar	Toolbar	118	1097

Englisch	Deutsch	Seite im digitalisierten HB	Seite im gedruckten HB
Trace	FolgSpur	119	1098
true	wahr	k.A.	k.A.
Try	Try	119	1098
TwoVar	ZweiVar	119	1098
Unarchiv	AusArchv	120	1099
unitV(EinhV(120	1099
Unlock	Entsperr	121	1100
variance(Varianz(121	1100
when(when(121	1100
While	While	122	1101
xor	xor	122	1101
XorPic	XorBild	123	1102
zeros(NullSt(123	1102
ZoomBox	ZoomBox	125	1104
ZoomData	ZoomDat	126	1105
ZoomDec	ZoomDez	126	1105
ZoomFit	ZoomPass	127	1106
ZoomIn	Vergröß	127	1106
ZoomInt	ZoomGzZ	127	1106
ZoomOut	Verklein	128	1107
ZoomPrev	ZoomVorh	128	1107
ZoomRcl	ZoomLad	128	1107
ZoomSqr	ZoomQuad	128	1107
ZoomStd	ZoomStnd	129	1108
ZoomSto	ZoomSpch	129	1108
ZoomTrig	ZoomTrig	129	1108

Bemerkung:

Nicht alle Kürzel in der Spalte „Deutsch“ sind tatsächlich deutsche Bezeichnungen.